

Auswertung P2-10 – Auflösungsvermögen

Michael Prim & Tobias Volkenandt

22. Mai 2006

Aufgabe 1.1 – Bestimmung des Auflösungsvermögens des Auges

In diesem Versuch sollten wir experimentell das Auflösungsvermögen unserer Augen bestimmen. Wir betrachteten dazu ein Schwarz-Weiß-Balken-Muster aus genau jenem Abstand, in dem wir es noch als solches und nicht als grauen Fleck wahrnehmen konnten. Wir maßen dann unseren Abstand zum Blatt und kamen auf eine Entfernung $l = 9,55\text{ m}$. Das Strichmuster hatte dabei eine Balkendicke von $d = 2\text{ mm}$. Mit der in der Vorbereitung plausibel gemachten Formel konnten wir dann auf unseren Sehwinkel schließen:

$$\tan(\varepsilon) = \frac{d}{l} \rightarrow \varepsilon = \arctan\left(\frac{d}{l}\right)$$

Womit sich für unseren Sehwinkel ergab: $\varepsilon = 0,0120^\circ = 43,20''$.

Mit dem nun bekannten Sehwinkel können wir die Mindestseparation im Abstand der deutlichen Sehweite bestimmen, indem wir in obiger Formel $l = s_0 = 25\text{ cm}$ einsetzen und nach d auflösen.

Unsere Mindestseparation beträgt dann: $d_0 = 52,360 \cdot 10^{-6}\text{ m}$.

Aufgabe 1.2 – Abschätzung des Auflösungsvermögens des Auges

Für diese Aufgabe sollte das Auflösungsvermögen des Auges unter der Näherung als Lochblende abgeschätzt werden. Nach der Berechnung in der Vorbereitung ergab sich ein Sehwinkel von: $\theta = 0,0128^\circ = 46,14''$.

Der von uns gemessene Wert aus Versuch 1.1 liegt sehr nahe an diesem Wert, was die Annahmen der Abschätzung bestätigt.

Aufgabe 2 – Vergrößerung einer Lupe

Mit einer einfachen Methode sollte die Vergrößerung einer Lupe abgeschätzt werden. Dazu betrachteten und verglichen wir zwei Skalen. Die eine durch die Lupe und die andere mit bloßem Auge im Abstand der deutlichen Sehweite. Durch den Vergleich der Skalenteile schätzten wir somit die Vergrößerung der Lupe auf $V_s = 2$ ab.

Zum Vergleich sollte die Vergrößerung noch anhand der Brennweite bestimmt werden. Dazu fokussierten wir mit der Lupe Licht auf der Tischplatte und maßen den Abstand wenn das Licht genau im Brennpunkt auftraf. Wir fanden so eine Brennweite von $f = 7 \text{ cm}$.

Damit können wir die Vergrößerung über die gegebene Formel $V = \frac{s_0}{f}$ berechnen. Es ergab sich für unsere Lupe: $V_f = 3,57$.

Die tatsächliche Vergrößerung der Lupe ist also annähernd doppelt so groß, wie die von uns im einfachen Experiment abgeschätzt. Dies zeigt deutlich die Grenzen dieses Verfahrens.

Aufgabe 3 – Gesamtvergrößerung eines Mikroskops

Für die folgenden Versuche stand uns ein Mikroskop zur Verfügung, dessen Gesamtvergrößerung wir als erstes bestimmen sollten. Dazu gingen wir wie bereits in Versuch 2 vor. Wir legten einen Objektträger mit einer feinen Skala ($200\text{SkT} / 2\text{mm}$) unter das Objektiv und verglichen diese mit einer Millimeterskala, die wir im Abstand deutlicher Sehweite betrachteten. Bei gleichzeitiger Betrachtung der Skalen mit beiden Augen und der richtigen Blicktechnik, gelang es uns die Skalen visuell zu überlagern und Verhältnisse abzulesen. Aus diesen konnten wir dann die Vergrößerung errechnen.

Wir führten dies für alle drei Objektive ($4x, 10x, 40x$) mit dem selben Okular ($10x$) durch und fanden folgende Werte, die wir mit den theoretischen Vergrößerungen nach der Formel $V_G = V_{Oku} \cdot V_{Obj}$ vergleichen konnten:

Objektiv	Skalenwert Mikroskop [mm]	Skalenwert Referenz-Papier [mm]	Vergrößerung experimentell	Vergrößerung theoretisch
x4	0,5	20	40	40
x10	0,1	9	90	100
x40	0,1	37	370	400

Tabelle 1: Messwerte Gesamtvergrößerung Mikroskop

In diesem Fall lieferte die Abschätzungsmethode weitaus bessere Ergebnisse. Verglichen mit dem Lupen-Versuch lagen wir mit unseren gemessenen Vergrößerungen dieses Mal deutlich näher an den berechneten Vergrößerungen.

Aufgabe 4 – Einzelvergrößerungen der Mikroskopobjektive

Nachdem im vorhergehenden Versuch die Gesamtvergrößerung bestimmt wurde, sollten nun die einzelnen Vergrößerungen der Objektive gemessen werden. Dies geschah nach der bekannten Methode, jedoch verwendeten wir dieses Mal kein Millimeterpapier als Referenz, sondern ein Okular mit integrierter, geeichter Skala ($100\text{SkT} / 10\text{mm}$). Zusätzlich führten wir diese Messung doppelt durch. Einmal mit der bereits verwendeten $200\text{SkT} / 2\text{mm}$ -Skala und ein weiteres Mal mit einer größeren $200\text{SkT} / 10\text{mm}$ -Skala. Wir fanden damit folgende Werte:

200SkT / 2mm -Skala:

Objektiv	Skalenwert Mikroskop [mm]	Skalenwert Referenz- Okular [mm]	Vergrößerung experimentell	Vergrößerung theoretisch
x4	1,0	0,250	4,00	4
x10	1,0	0,090	11,11	10
x40	1,0	0,022	45,45	40

200SkT / 10mm -Skala:

Objektiv	Skalenwert Mikroskop [mm]	Skalenwert Referenz- Okular [mm]	Vergrößerung experimentell	Vergrößerung theoretisch
x4	1,0	0,25	4,0	4
x10	4,6	0,50	9,2	10
x40	4,7	0,10	47,0	40

Tabelle 2: Messwerte Objektivvergrößerungen Mikroskop

Auch bei diesem Versuch lagen unsere gemessenen Werte recht nah bei den angegebenen Vergrößerungen.

Aufgabe 5 – Messungen mit dem Mikroskop

Nun, da die Vergrößerungen aller Mikroskopteile von uns überprüft waren, konnten wir diese Informationen und die im Okular integrierte Skala verwenden, um mit dem Mikroskop Längenmessungen an kleinen Objekten durchzuführen.

Als erstes probierten wir dies an einem Objektträger mit mehreren Spalten. Wir maßen an diesem die Breite der Spalte und deren Abstand aus. Dabei kamen wir auf folgende Werte, welche gut mit den auf dem Träger angegebenen übereinstimmen:

	gemessen	angegeben
Spaltbreite [mm]	0,055	0,05
Mittelabstand [mm]	0,095	0,1

Tabelle 3: Messwerte Blende mit Mehrfachspalten

Um dieses Verfahren noch mal praktisch zu erproben, opferten wir jeweils ein Haar und maßen unter dem Mikroskop dessen Breite. Dabei fanden wir unsere Vermutungen bestätigt, dass wir jeweils extrem dicke bzw. extrem dünne Haare besitzen. Konkret konnten wir messen:

- Haarbrite T.V.: 0,10 mm
- Haarbrite M.P.: 0,05 mm

Aufgabe 6 – Aperturen der Mikroskopobjektive

Es sollten nun die numerischen Aperturen der beiden stärkeren Objektive gemessen werden. Wir gingen dazu nach der angegebenen und in der Vorbereitung erläuterten Methode vor: Bei ausgebautem Okular leuchteten wir von oben ins Objektiv und maßen den Durchmesser des Lichtkegels in zwei Höhen. Aus diesen konnten wir mittels der Formel aus der Vorbereitung den (halben) Öffnungswinkel berechnen:

$$\beta = \arctan\left(\frac{D_1 - D_2}{2 \cdot \Delta h}\right)$$

Aus diesem ergibt sich dann die numerische Apertur zu:

$$A = n \cdot \sin \beta = n \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{D_1 - D_2}{2 \cdot \Delta h}\right)\right)$$

In guter Näherung setzten wir für Luft $n = 1$. Der Höhenunterschied der Lichtkegel-Messebenen betrug wie in der Aufgabenstellung verlangt $\Delta h = 3 \text{ mm}$. Womit sich uns folgende Werte ergaben:

	Objektiv 10-fach	Objektiv 40-fach
Durchmesser 1.Ebene [mm]	3	13
Durchmesser 2.Ebene [mm]	1,5	7
Errechnete Apertur	0,241	0,71
Angegebene Apertur	0,3	0,65

Tabelle 4: Messwerte numerische Aperturen der Objektive

Aus den Aperturen lässt sich das kleinste aufzulösende Detail berechnen. Die Formel dazu war angegeben:

$$y_{min} = \frac{\lambda}{2A}$$

Mit unseren Apertur-Werten ergaben sich dann für eine Wellenlänge von $\lambda = 550 \text{ nm}$ folgende Werte:

→ kleinstes Detail Objektiv 10-fach: $y_{min} = 1145,83 \text{ nm}$

→ kleinstes Detail Objektiv 40-fach: $y_{min} = 392,86 \text{ nm}$

Aufgabe 7 – Auswirkungen der Mikroskop-Blende und -Lampe

Wir betrachteten mit dem Mikroskop ein Präparat und variierten währenddessen die Beleuchtungsparameter. Dabei stellten wir fest, dass beim Dimmen der Lampe Helligkeit fehlt und das Objekt nicht mehr in allen Details betrachtet werden kann. Das Schließen der Kondensorblende hatte eine Erhöhung des Kontrastes zur Folge. Die Variation der Kondensorhöhe hatte für unsere Augen keinen sehenswerten Effekt. Der Einfluss von Filtern konnte leider nicht untersucht werden, da diese nicht zur Verfügung standen.

Aufgabe 8 – Aufbau und Justierung des Gitter-Spektrometers

Wir führten den Aufbau und die Justierung des Gitter-Spektrometers wie in der Aufgabenstellung angegeben durch.

Aufgabe 9 – Bestimmung der Gitterkonstante

Wir führten nun Messungen des Winkels nach links und rechts durch, unter welchen wir Beugungsmaxima ausmachen konnten. Anschließend bildeten wir aus den beiden Winkeln für eine Ordnung jeweils den Mittelwert, um aus diesem wie in der Vorbereitung dargestellt, die Gitterkonstante zu bestimmen.

Hierbei verwenden wir die mittlere Wellenlänge der Na-Doppellinie $\lambda_{\text{mittel}} = 589,3 \text{ nm}$.

Ordnung	Winkel –Links [°]	Winkel-Rechts [°]	Mittelwert [°]	Gitterkonstante [μm]
1	3,33	3,42	3,375	10,0101
2	6,75	6,82	6,785	9,97596
3	10,20	10,22	10,210	9,97368
4	13,50	13,67	13,585	10,0354
5	17,10	17,15	17,125	10,0065
6	20,75	20,72	20,735	9,98683
7	24,33	24,33	24,330	10,0126
8	28,07	28,12	28,095	10,0107
9	32,00	32,00	32,000	10,0085
10	36,10	36,00	36,050	10,0137
11	40,42	40,30	40,360	10,0099
12	45,05	44,85	44,950	10,0095
13	50,07	49,78	49,925	10,0116
14	55,72	55,30	55,510	10,0096
15	62,33	61,73	62,030	10,0086
16	71,02	69,88	70,450	10,0056

Tabelle 5: Messwerte Winkel für Maxima am Gitterspektrometer

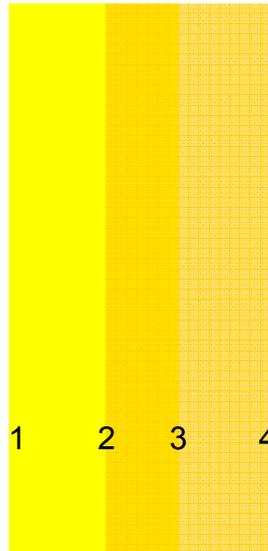
Nach Bildung des Mittelwerts erhalten wir eine Gitterkonstante von $g = 1,00056 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

Entgegen unserer Überlegungen in der Vorbereitung konnten wir jedoch nicht beobachten, dass einzelne Maxima durch Minima des Spaltes ausgelöscht wurden.

Aufgabe 10 – Bestimmung des Wellenlängenabstands der Na-Doppellinien

Bei den Messungen in Aufgabe 9 gingen wir von einer mittleren Wellenlänge der Na-Doppellinien aus. Tatsächlich konnten wir ab der 8. Ordnung jedoch deutlich die beiden einzelnen gelben Linien erkennen, da diese unterschiedlich stark gebeugt wurden und sich somit nur teilweise überlagerten.

Wir konnten daher, wie in der Skizze verdeutlicht, insgesamt 4 Punkte anpeilen und die zugehörigen Winkel bestimmen.



Skizze 1: Skizzierte Überlagerung der Na-Doppellinien

Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Punkt 4
32,10°	32,08°	32,07°	32,03°

Tabelle 6: Messwerte Winkel für Na-Doppellinienüberlagerung unter 8.Ordnung

Aus den Messpunkten 1 und 3, sowie 2 und 4 lässt sich nun der Winkel der Mitte der zugehörigen Spektrallinie bestimmen.

$$Zentrum_{links} = 32,085^\circ \quad Zentrum_{rechts} = 32,055^\circ$$

Hieraus ergibt sich abschließend eine Wellenlängendifferenz, wie in der Vorbereitung hergeleitet, von $\Delta\lambda = \frac{g}{n}(\sin(\varphi + \Delta\varphi) - \sin(\varphi)) = 0,555nm$.

Da wir aufgrund von Vergesslichkeit leider nur eine Messung durchführten, ist uns leider kein Vergleich des Ergebnisses mit anderen Ordnungen möglich.

Da bei niedrigeren Ordnungen jedoch die Spektrallinien kaum zu unterscheiden waren, wäre eine vernünftige Messung dort fast unmöglich gewesen. Bei den sehr hohen Ordnungen hingegen waren die Spektrallinien teilweise „verwaschen“ und es wäre uns nicht möglich gewesen den Rand der Spektrallinie exakt anzuvisieren. Mit unserer Messung bei der 8. Ordnung haben wir daher wohl einen vernünftigen Kompromiss getroffen. Diese Annahme wird auch durch die Tatsache gestützt, dass der Literaturwert bei $\Delta\lambda = 0,59nm$ liegt.