Auswertung P1-74 – e/m Bestimmung

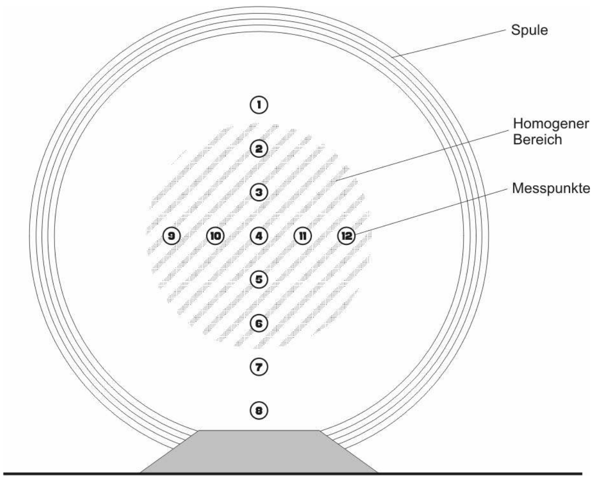
Michael Prim & Tobias Volkenandt

21. November 2005

Aufgabe 1.1 – Messung der Hallspannung im B-Feld

Zur Bestimmung der spezifischen Ladung e/m benötigen wir die Stärke des Magnetfeldes zwischen den Helmholtzspulen, welche das Fadenstrahlrohr umgeben. Um die Homogenität des B-Feldes zu prüfen, benutzten wir eine Hallsonde an verschiedenen Messpunkten. Abbildung 1 veranschaulicht die Messpunkte.

Abb.1: Anordnung der Messpunkte



U_{Hall} [mV] für verschiedene Spulenströme

Messpunkt	$I = 1,0A$	$I = 1,4A$	$I = 1,75A$
1	*0,160*	*0,210*	*0,265*
2	0,160	0,225	0,280
3	0,165	0,225	0,280
4	0,165	0,225	0,280
5	0,165	0,225	0,280
6	0,160	0,225	0,280
7	*0,155*	*0,210*	*0,260*
8	*0,125*	*0,170*	*0,215*
9	0,155	0,225	0,275
10	0,155	0,225	0,280
11	0,155	0,225	0,280
12	0,155	0,225	0,275

Anhand der Messergebnisse erachten wir den Bereich in welchem die Punkte 2,3,4,5,6,9,10,11,12 liegen als weitestgehend homogen. Wir bestimmten anschließend den Mittelwert der Hallspannung im homogenen Bereich, folglich den Mittelwert aus den Messwerten der eben genannten Messpunkte.

$\bar{U}_{Hall}$ [mV] für verschiedene Spulenströme

$I = 1,0A$	$I = 1,4A$	$I = 1,75A$
0,159	0,225	0,279

Aufgabe 1.2 – Eichung der Hallsonde mit einer langen Eichspule

Um die Messwerte aus Aufgabe 1.1 auch interpretieren und zur Berechnung des B-Feldes heranziehen zu können, müssen wir die Hallsonde eichen. Dies geschieht indem wir die Hallspannung in einer langen Spule messen, deren B-Feld wir aus der Theorie gut berechnen können. Hieraus können wir anschließend eine Gleichung für das B-Feld in Abhängigkeit der Hallspannung finden.

Die verwendete Eichspule besaß $n = 2625$ Windungen pro Meter, war $l = 30cm$ lang und hatte einen Radius von $r = 7,6mm$. Man erkennt sofort, dass $l >> r$ und folglich die Formel für eine lange Spule angewandt werden kann.

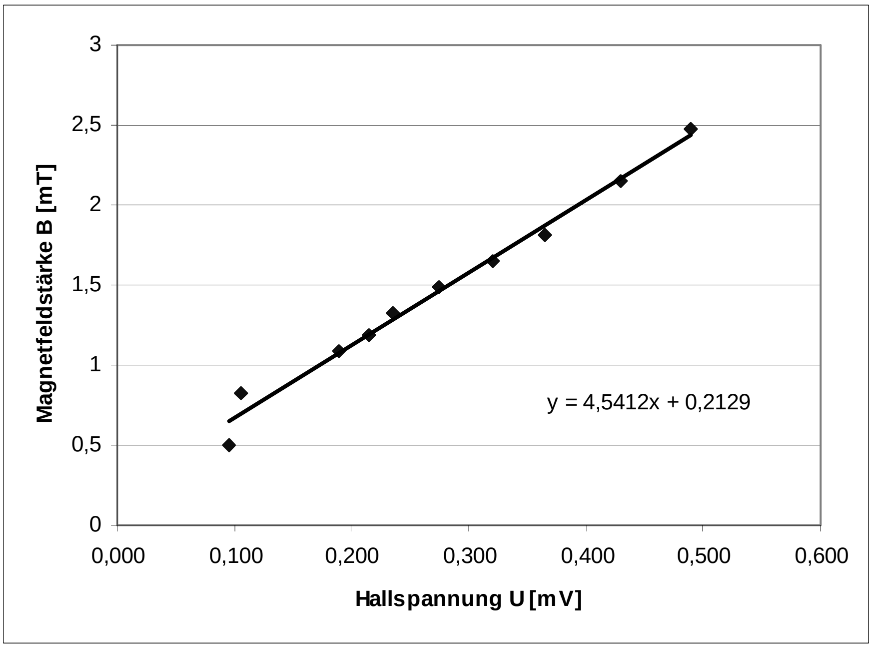
$$B = \mu_0 \mu_r \frac{n}{l} I \qquad \text{wobei } \mu_r \approx 1 \text{ da die Spule Luft umschloss}$$

Für unterschiedliche Spulenströme I ergaben sich hierbei rechnerisch die unten stehenden Magnetfeldstärken B und die im Zentrum der Spule gemessenen Hallspannungen. Dort ist das Feld einer langen Spule am homogensten.

I [A]	U_{Hall} [mV]	B [mT]
0,15	0,095	0,4948
0,25	0,105	0,8247
0,33	0,190	1,0886
0,36	0,215	1,1875
0,40	0,235	1,3195
0,45	0,275	1,4844
0,50	0,320	1,6493
0,55	0,365	1,8142
0,65	0,430	2,1441
0,75	0,490	2,4740

Tragen wir nun die Magnetfeldstärke über der Hallspannung auf und bilden eine Regressionsgerade, erhalten wir eine Gleichung für $B(U_{Hall})$. Aus dieser können wir nun die Stärke des B-Feldes in Aufgabenteil 1.1 bestimmen.

Abb.2: Magnetfeldstärke B über der Hallspannung U_{Hall}



➔ $B(U_{Hall}) = 4,5412 \cdot U_{Hall} \, {}^{mT}\!/\!_{mV} + 0,2129mT$

Aufgabe 1.3 – Vergleich der Feldstärken

Mit der in Versuch 1.2 gefundenen Beziehung $B(U_{Hall})$ berechnen wir nun die zu den in Versuch 1.1 gemessenen mittleren Hall-Spannungen gehörenden Feldstärken $\mathrm{B}_{\mathrm{mess}}$. Zum Vergleich berechnen wir mit Hilfe der gegebenen Formel $\mathrm{B} = 0,7155\mu_0\,\mathrm{n}\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{R}}$ die Feldstärken $\mathrm{B}_{\mathrm{rech}}$ anhand des angelegten Spulenstroms.

I [A]	$\bar{U}_{Hall}$ [mV]	$\mathrm{B}_{\mathrm{mess}}$ [mT]	$\mathrm{B}_{\mathrm{rech}}$ [mT]
1,00	0,159	0,935	0,779
1,50	0,225	1,235	1,169
2,00	0,279	1,480	1,558

Zusätzlich zu der Homogenität, von der wir uns bereits in Versuch 1.1 überzeugt hatten, stellen wir nun fest, dass auch der Betrag unserer gemessenen Feldstärken schön im Bereich der theoretischen Werte liegt.

Aufgabe 1.4 – e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Nachdem wir uns in den vorangegangenen Versuchen von der Homogenität des Magnetfeldes überzeugt hatten, begannen wir mit der eigentlichen Messung. Wir stellten Beschleunigungsspannung sowie Spulenstrom ein und beobachteten im Glaskolben die leuchtenden Ringe der Elektronenkreisbahnen. Mit Schiebemarkern und Spiegel konnten wir den Durchmesser dieser Kreisbahnen ablesen. Für die insgesamt vier Messreihen hielten wir

a) den Spulenstrom konstant bei $1\mathrm{A}$ bzw. $2\mathrm{A}$ und variierten die Beschleunigungsspannung zwischen $100\mathrm{V}$ und $250\mathrm{V}$,
b) die Spannung konstant bei $150\mathrm{V}$ bzw. $225\mathrm{V}$ und variierten den Spulenstrom zwischen $1\mathrm{A}$ und $2\mathrm{A}$,

und konnten folgende Werte ermitteln:

Anodenspannung U [V]	Kreisdurchmesser d_{U1} [cm] bei $1\mathrm{A}$	Kreisdurchmesser d_{U2} [cm] bei $2\mathrm{A}$
100	8,60	4,20
125	9,50	4,70
150	10,90	5,20
175	11,70	5,40
200	12,80	5,90
225	13,50	6,50
250	14,80	6,70

Spulenstrom I [A]	Kreisdurchmesser d_{I1} [cm] bei $150V$	Kreisdurchmesser d_{I2} [cm] bei $225V$
1,0	10,60	13,80
1,2	8,90	11,20
1,4	7,50	9,70
1,6	6,70	8,50
1,8	5,90	7,40
2,0	5,30	6,70

Um die Abhängigkeiten besser erkennen zu können ist es sinnvoll die Messewerte nicht direkt gegeneinander aufzutragen. Stattdessen tragen wir d_U^2 gegen U und d_I^2 gegen $\frac{1}{I^2}$ auf. Unter diesen Bedingungen erhalten wir deutlich lineare Zusammenhänge.

Abb.3: Elektronenkreisdurchmesser d^2 über der Anodenspannung U

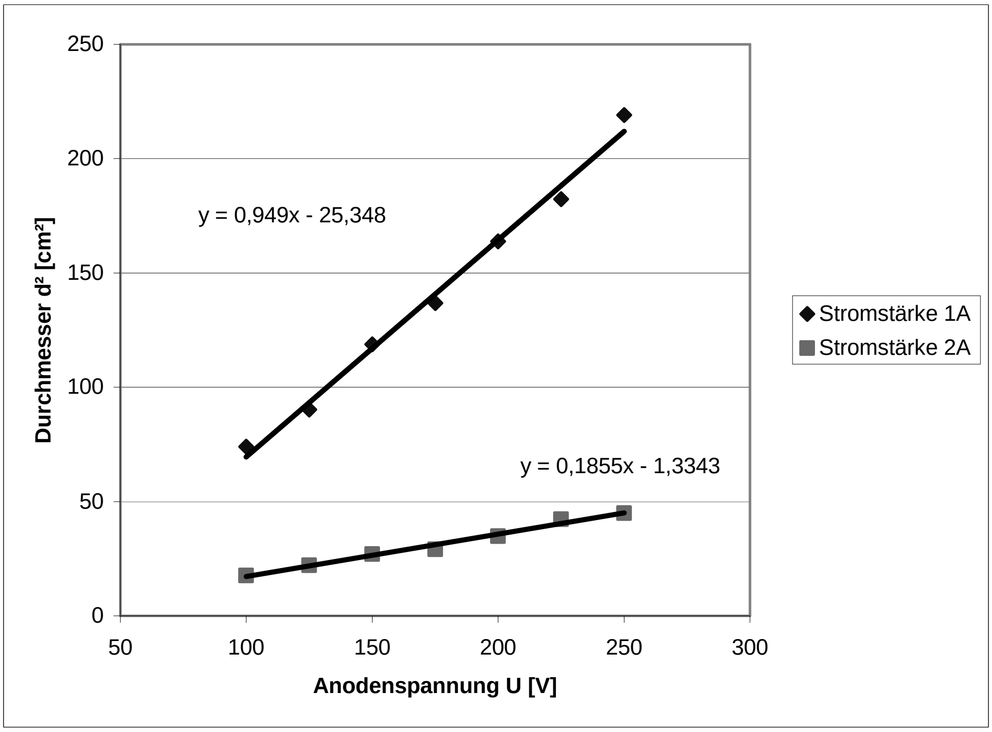
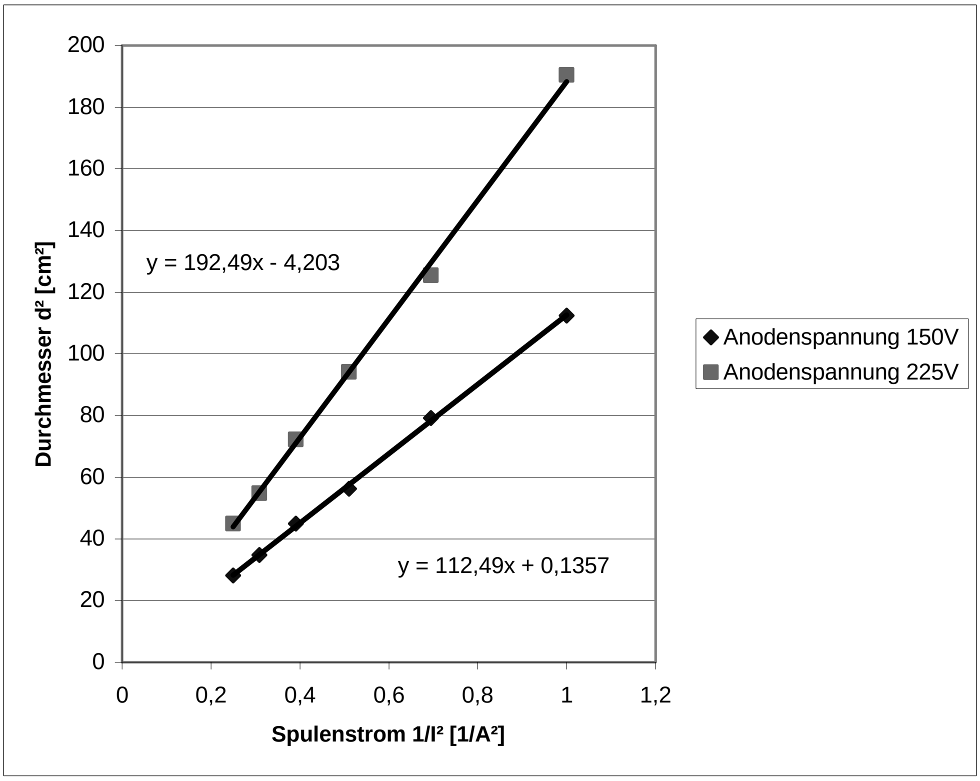
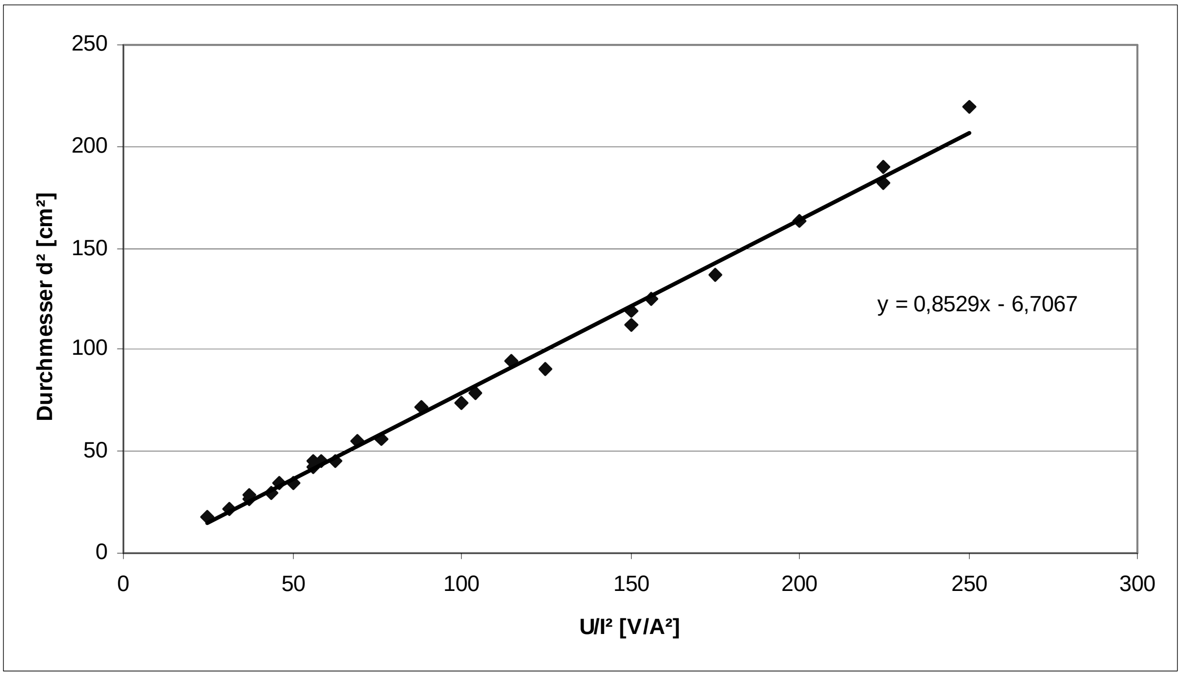


Abb.4: Elektronenkreisdurchmesser d^2 über dem Spulenstrom $1/I^2$



Da wir jedoch alle vier Messreihen zusammen zur Bestimmung der spezifischen Ladung nutzen wollten, kombinierten wir sie, indem wir d^2 nun über $\frac{U}{I^2}$ auftrugen. Die Messwerte fügten sich so zu einer Geraden zusammen, die uns die Berechnung ermöglichte.

Abb.5: Elektronenkreisdurchmesser d^2 über Anodenspannung und Spulenstrom U/I^2



Aus der Regressionsgeraden fanden wir unter Vernachlässigung des Achsenabschnitts, dass

$$d^2 = 0,8529 \frac{U}{I^2} \Rightarrow 0,8529 = \frac{U}{d^2 I^2}$$

Nun gingen wir von der in der Vorbereitung hergeleiteten Formel für den Radius einer Elektronenkreisbahn im Magnetfeld aus,

$$r^2 = 2 \frac{mU}{eB^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} = \frac{8U}{d^2 B^2}$$

verwendeten $r = \frac{d}{2}$ und setzten schließlich die gegebene Formel $B = 0,7155 \mu_0 n \frac{I}{R}$ ein:

$$\frac{e}{m} = \frac{8R^2}{0,7155^2 \mu_0^2 n^2} \frac{U}{d^2 I^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{8R^2}{0,7155^2 \mu_0^2 n^2} 0,8529$$

Und erhielten schließlich unter Verwendung der obigen Beziehung aus der Geraden eine nur noch von bekannten Parametern abhängige Formel für $\frac{e}{m}$. Damit konnten wir unser Ergebnis bestimmen.

➔ Spezifische Ladung $\frac{e}{m} = -1,54472 \cdot 10^{11}\, C/kg$

Zum Vergleich der Literaturwert $\frac{e}{m} = -1,75882 \cdot 10^{11}\, C/kg$

Aufgabe 2.1 – Anschließen der Kathodenstrahlröhre

Nachdem wir alle nötigen Spannungs- und Stromquellen an die Kathodenstrahlröhre angeschlossen hatten, konnten wir uns in diesem Versuch mit der Funktionsweise vertraut machen. Zuerst legten wir noch kein Magnetfeld an, sondern beobachteten die Leuchtreflexe auf dem Schirm allein in Abhängigkeit der elektrischen Feldern. Diese justierten wir so, dass wir einen möglichst langen und möglichst scharfen Strich auf dem Schirm sahen. Dieser entsteht durch die periodische Ablenkung der fliegenden Elektronen durch einen mit Wechselspannung betriebenen Kondensator.
Nun steigerten wir langsam den Spulenstrom und überlagerten so die Flugbahn der Elektronen mit einem Magnetfeld. Wir konnten beobachten wie sich der Strich drehte und kürzer wurde. Erhöhten wir den Strom weiter so konnte der Strich gar vollständig auf einen Punkt reduziert werden. Um Einbrennungen im Leuchtschirm zu vermeiden durfte dieser Zustand jedoch nur kurze Zeit aufrechterhalten werden. In diesem Fall gelingt den fliegenden Elektronen in der Zeit, die sie zum Schirm brauchen, genau eine vollständige Kreisbahn um die Magnetfeldlinien so, dass sie letztlich alle genau im selben Punkt auftreffen.
Diese Bedingung kann man nun verwenden (wie in der Vorbereitung hergeleitet), um eine Formel zur Bestimmung der spezifischen Ladung zu finden.

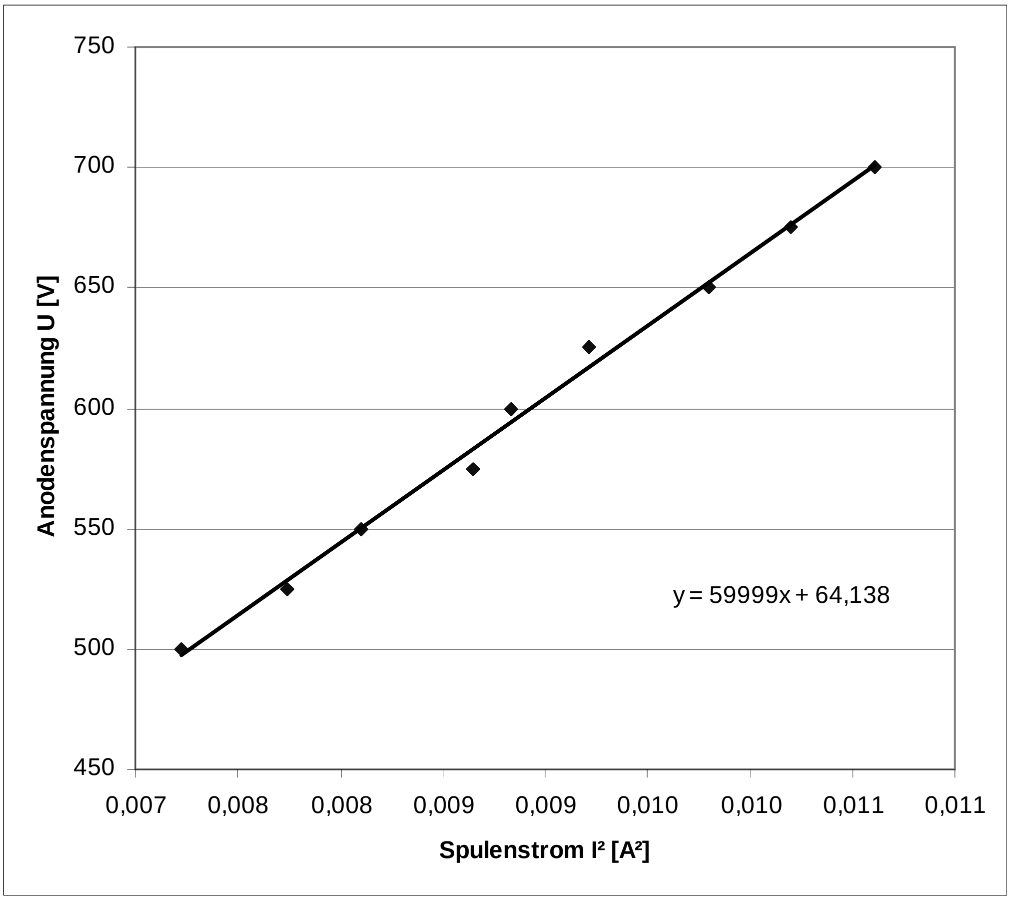
Aufgabe 2.2 – e/m-Bestimmung mit der Kathodenstrahlröhre

Nach Versuch 2.1 war klar wie man vorgehen muss, um mit der Kathodenstrahlröhre die spezifische Ladung zu messen. Um die in der Vorbereitung hergeleitete Formel anwenden zu können, benötigten wir Wertepaare von Spannung und Strom für genau den Fall, wenn die Elektronen konzentriert in einem Punkt auftreffen.
Wir stellten also verschiedene Beschleunigungsspannungen ein und beobachteten welcher Strom nötig war um den gewünschten Leuchtreflex zu erzeugen. Es ergaben sich folgende Messwerte:

Anodenspannung U [V]	Spulenstrom I [A]
500	0,085
525	0,088
550	0,090
575	0,093
600	0,094
625	0,096
650	0,099
675	0,101
700	0,103

Diese Messwerte ließen sich gegeneinander auftragen. Jedoch wählten wir der besseren späteren Verwendbarkeit wegen ein Diagramm in dem wir U über I^2 auftrugen.

Abb.6: Anodenspannung U über dem Spulenstrom I^2



Analog zu Versuch 1.4 fanden wir aus der Regressionsgeraden unter Vernachlässigung des Achsenabschnitts, dass

$$U = 59999 \cdot I^2 \Rightarrow \frac{U}{I^2} = 59999$$

Um $\frac{e}{m}$ berechnen zu können fehlte uns allerdings noch der Wert des Magnetfeldes. Für dessen Berechnung war die Formel gegeben:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}}\right)$$

Wobei a dem Abstand des betrachteten Feldpunktes zum Spulenende entsprach. Die Spule hatte hierbei die Länge $L = 180mm$, den Radius $R = 42mm$ und die Windungszahl $n = 9970$. Der Abstand vom Deflektor zum Schirm betrug $d = 88mm$. Zur Berechnung des Magnetfeldes wurde uns in der Aufgabenstellung empfohlen über drei Punkte zwischen Deflektorzentrum und Leuchtschirm zu mitteln. Wir wählten daher eben diese Punkte und den Mittelpunkt. Also $a = 46\text{mm}, 90\text{mm}, 134\text{mm}$. Mit dem Mittelwert über diese Feldpunkte vereinfachte sich unsere Formel zu:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2L} 1{,}7326$$

Wie in der Vorbereitung gezeigt, galt folgende Formel in die wir nun das Magnetfeld und die Beziehung aus der Regressionsgeraden einsetzen konnten:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{d^2 B^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{8\pi^2}{d^2}\frac{4L^2}{\mu_0^2 n^2 1{,}7326^2}\frac{U}{I^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{32\pi^2 L^2}{d^2 \mu_0^2 n^2 1{,}7326^2} 59999$$

Somit hatten wir eine nur noch von bekannten Parametern abhängige Formel, die uns die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ erlaubte.

➔ Spezifische Ladung $\frac{e}{m} = -1{,}68255 \cdot 10^{11}\, \mathrm{C}/\mathrm{kg}$

Zum Vergleich der Literaturwert $\frac{e}{m} = -1{,}75882 \cdot 10^{11}\, C/kg$