

Auswertung P2-83 – Gamma Spektroskopie

Michael Prim & Tobias Volkenandt

29. Mai 2006

Aufgabe 1.1 – Messung des Impulshöhenspektrums der Gamma Strahlung von Cs-137 im Einkanalbetrieb

Wir führten wie in der Vorbereitung beschrieben zunächst eine Messung des Impulshöhenspektrums von Cs-137 im Einkanalbetrieb durch, um uns mit den Grundlagen der Messmethode vertraut zu machen.

Nachdem wir mit Hilfe des Oszilloskops den optimalen dynamischen Bereich des Detektors eingestellt hatten und uns in einer kurzen Vielkanalmessung davon überzeugen konnten, führten wir die eigentliche, in der Aufgabe beschriebene Messung durch.

Hierzu unterteilten wir den gesamten Messbereich von 0-5V in Teile von jeweils 0,1V, welche im Folgenden jeweils einen Kanal bilden. Für jeden Kanal nahmen wir 10 Sekunden lang Impulse auf, ehe zum nächsten Kanal gewechselt wurde.

Das aufgenommene Spektrum zeigt deutlich die typische Form, bestehend aus Röntgen- und Rückstreupeak, Comptonkante und Photopeak.

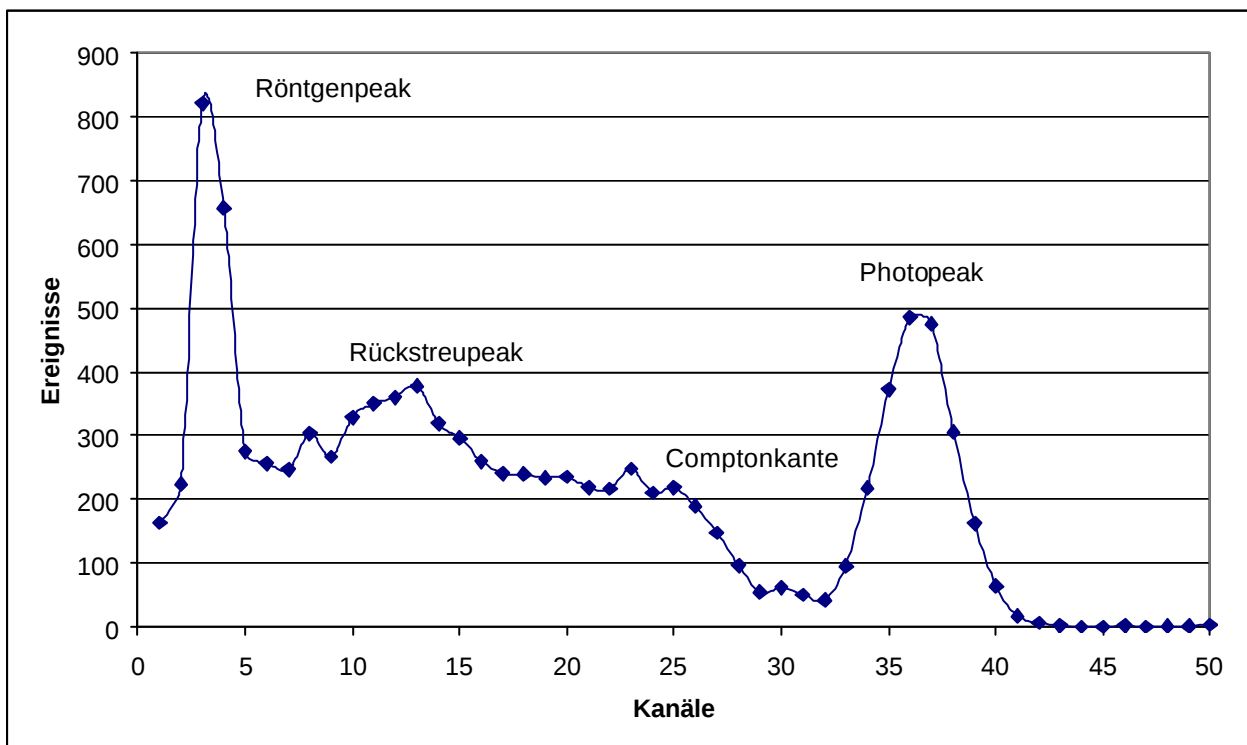


Diagramm 1: Impulshöhenspektrum der Cs-137 Probe #107F im Einkanalbetrieb

Aufgabe 1.2 – Messung des Impulshöhenspektrums der Gamma Strahlung von Cs-137, Na-22 und Co-60 im 512-Kanalbetrieb

Als nächstes nahmen wir Spektren von Cs-137, Na-22 und Co-60 im 512 Kanalbetrieb auf. Entgegen der letzten Aufgabe wird nicht jeder Kanal nacheinander aufgenommen, sondern es werden alle Kanäle gleichzeitig beobachtet. Die 5V werden dabei in 512 Kanäle zu je etwa 0,98mV zerlegt.

Da Co-60 der stärkste Strahler ist, haben wir zunächst hierfür die geeigneten Einstellungen ermittelt um diese später auch für die anderen Präparate zu verwenden. Dies erspart uns eine Umeichung der Messungen. Die Messungen dauerten jeweils 500s und wurden bei einer Pulshöhe von 795mV durchgeführt. Weiterhin wurde von uns darauf geachtet, dass die mittlere Zählrate für alle Präparate etwa bei 450/s lag. Diese konnten wir durch eine Anpassung des Probenabstands zum Detektor variieren.

Für die theoretischen Energiewerte E_g der Gammaquanten gilt:

$$\text{Cs-137: } E_{Cs-137} = 662\text{keV}$$

$$\text{Na-22: } E_{Na-22,1} = 511\text{keV} \text{ und } E_{Na-22,2} = 1275\text{keV}$$

$$\text{Co-60: } E_{Co-60,1} = 1178\text{keV} \text{ und } E_{Co-60,2} = 1333\text{keV}$$

Die Energien E_C der Comptonkanten lassen sich berechnen aus $E_C = E_g - \frac{E_g}{1 + \frac{2E_g}{m_0c^2}}$

$$\text{Cs-137: } E_{CCs-137} = 478\text{keV}$$

$$\text{Na-22: } E_{C,Na-22,1} = 341\text{keV} \text{ und } E_{C,Na-22,2} = 1061\text{keV}$$

$$\text{Co-60: } E_{CCo-60,1} = 968\text{keV} \text{ und } E_{CCo-60,2} = 1118\text{keV}$$

Die Energien E_R der Rückstreupeaks berechnen sich aus $E_R = E_g - E_C$

$$\text{Cs-137: } E_{RCs-137} = 184\text{keV}$$

$$\text{Na-22: } E_{RNa-22,1} = 170\text{keV} \text{ und } E_{RNa-22,2} = 213\text{keV}$$

$$\text{Co-60: } E_{RCo-60,1} = 210\text{keV} \text{ und } E_{RCo-60,2} = 215\text{keV}$$

Im Folgenden werden nun die einzelnen Spektren und die Untergrundstrahlung in einem Diagramm dargestellt. Anhand dessen man die Intensität der Untergrundstrahlung im Vergleich zur Probe gut erkennen kann.

Anschließend werden die korrigierten Spektren der drei Präparate im Einzelnen dargestellt und deren markante Punkte benannt.

Abschließend folgt noch eine gemeinsame Darstellung der korrigierten Spektren in einem Diagramm.

Für die Messungen wurden verwendet:

Cs-137 im Abstand von ca. 9cm (Probe #107F)

Na-22 im Abstand von ca. 4cm (Probe Nds.002/99)

Co-60 im Abstand von ca. 0cm (Probe #37E)

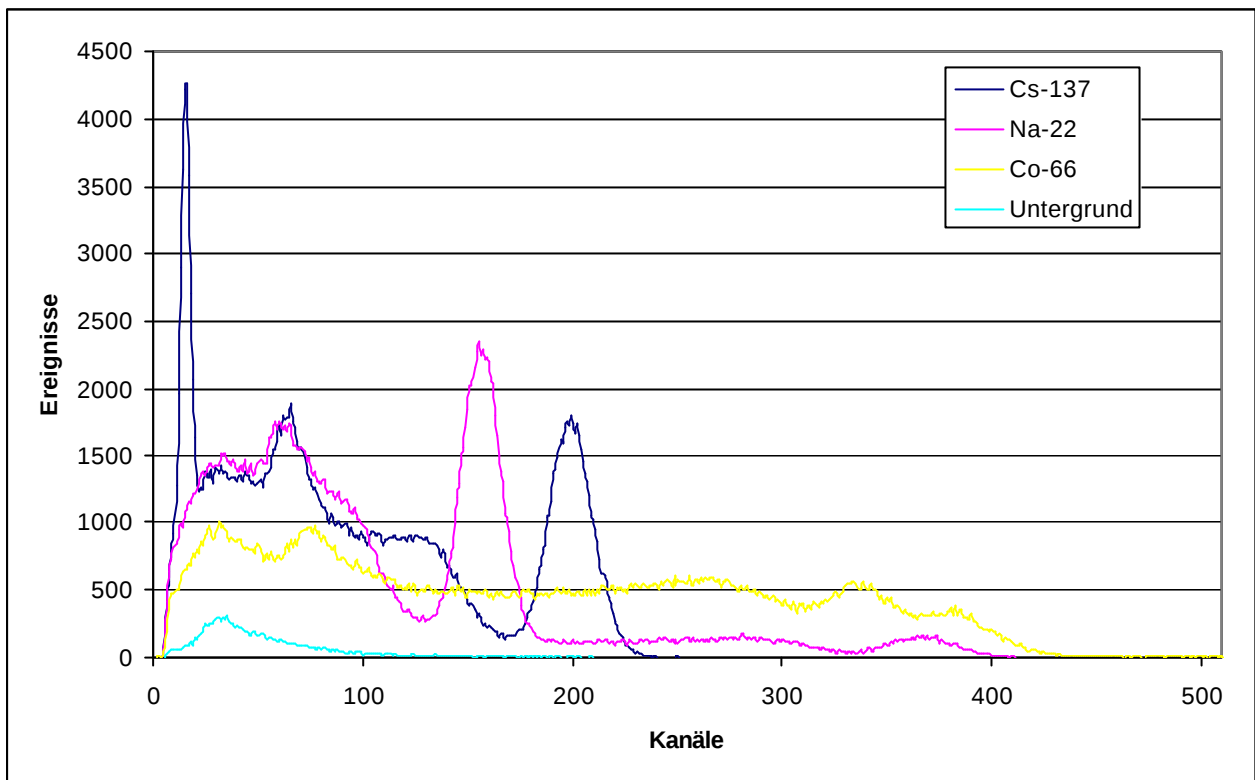


Diagramm 2: Impulshöhenspektrum von Cs-137, Na-22, Co-60 und der Untergrundstrahlung

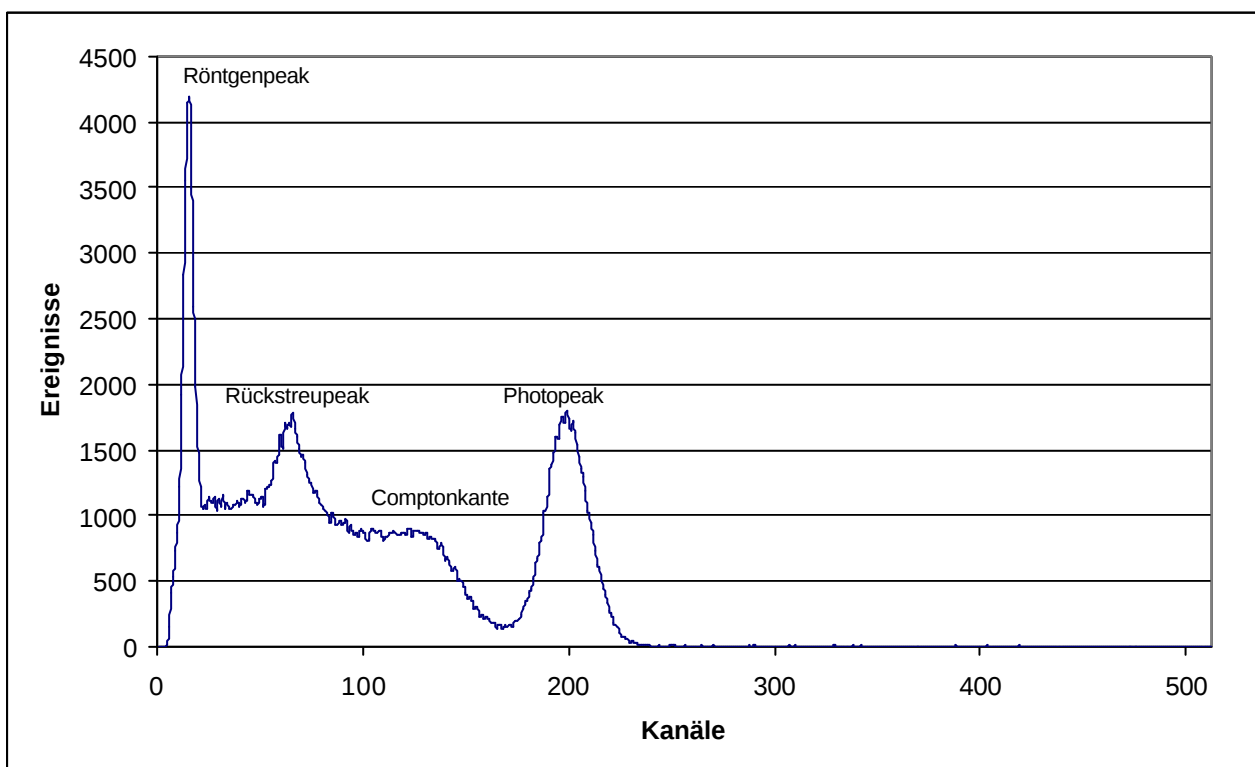


Diagramm 3: Impulshöhenspektrum von Cs-137, korrigiert um die Untergrundstrahlung

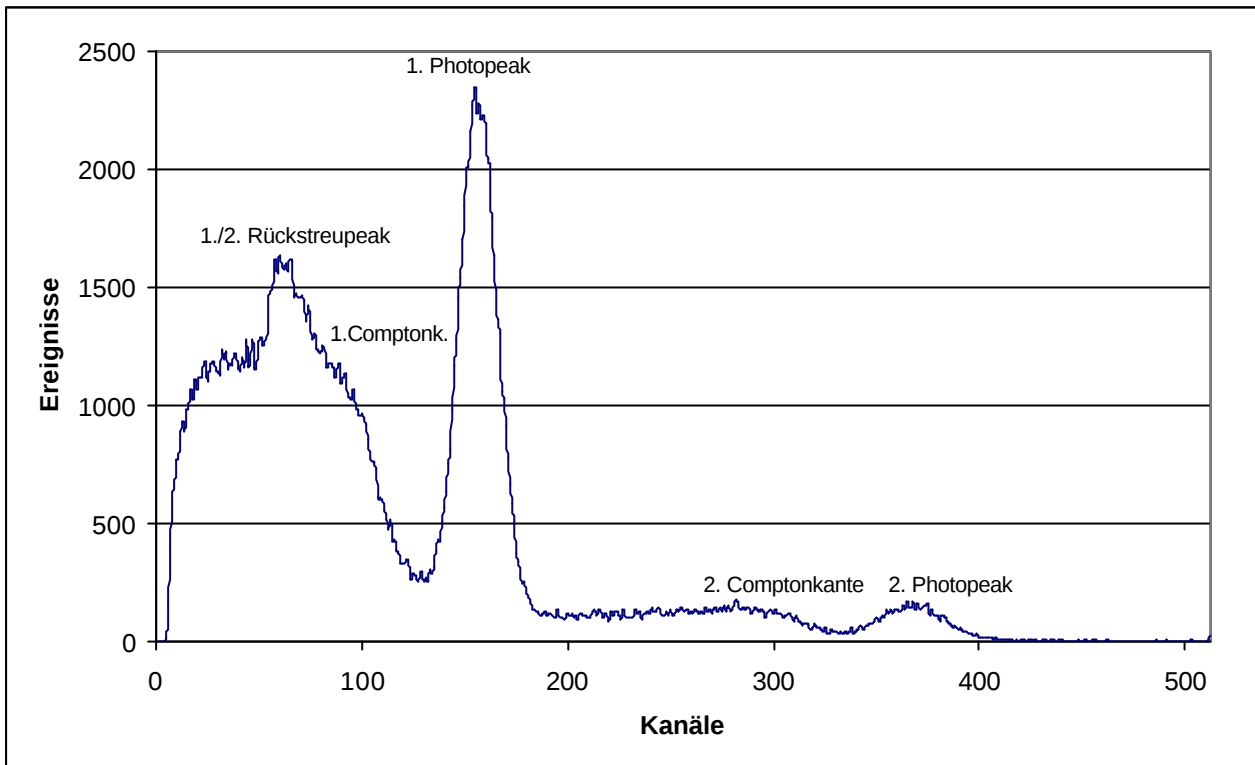


Diagramm 4: Impulshöhenspektrum von Na-22, korrigiert um die Untergrundstrahlung

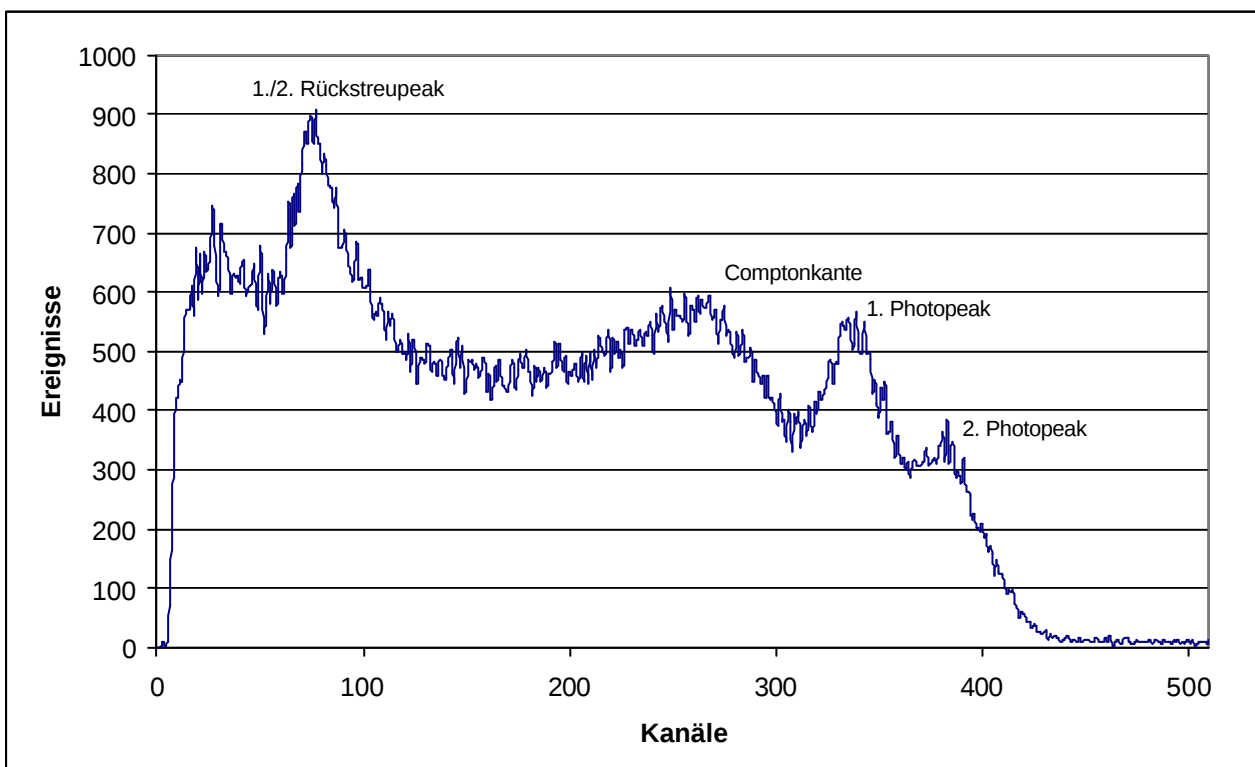


Diagramm 5: Impulshöhenspektrum von Co-60, korrigiert um die Untergrundstrahlung

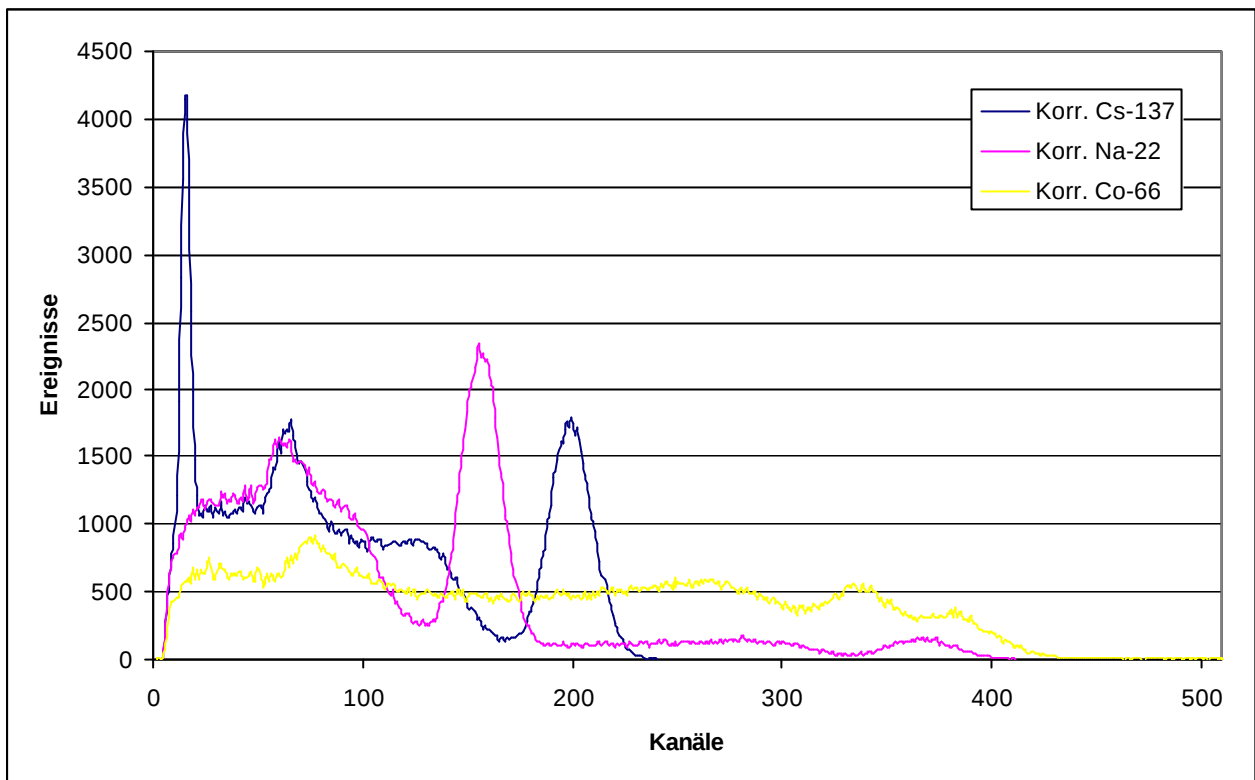


Diagramm 6: Impulshöhenspektrum von Cs-137, Na-22 und Co-60, korrigiert um die Untergrundstrahlung

Aufgabe 1.3 – Deutung der Impulshöhenspektren der Gamma Strahlung von Cs-137, Na-22 und Co-60 im 512-Kanalbetrieb

Anhand des uns bekannten Photopeaks von Cs-137 bei 662keV im Kanal 199, eichten wir die X-Achse, womit sich eine Kanalbreite von 3,32663keV ergab.

Ausgehend davon konnten wir nun für die einzelnen Proben die markanten Stellen näher untersuchen. Weiterhin konnten wir die Halbwertsbreiten ΔE der Photopeaks ermitteln. Der Wert in Klammern gibt die prozentuale Abweichung zum berechneten Wert an.

Cs-137:

Röntgenpeak:	53keV	
Rückstreupeak:	219keV	(+19%)
Comptonkante:	485keV	(+1,5%)
Photopeak:	662keV	(wurde zur Eichung verwendet)
ΔE Photopeak:	82keV	

Na-22:

1. Rückstreupeak:	199keV	(+17%)
2. Rückstreupeak:	216keV	(+1,4%)
1. Comptonkante:	359keV	(+5,2%)
1. Photopeak:	515keV	(+0,8%)
ΔE 1. Photopeak:	75keV	
2. Comptonkante:	1037keV	(-2,3%)
2. Photopeak:	1214keV	(-4,7%)
ΔE 2. Photopeak:	96keV	

Co-60:

- 1. Rückstreupeak: 219keV (+4,3%)
- 2. Rückstreupeak: 226keV (+5,1%)
- 1. Comptonkante: 918keV (-5,2%)
- 1. Photopeak: 1127keV (-4,3%)
- ΔE 1. Photopeak: 172keV
- 2. Comptonkante: Hierfür konnten wir keinen Wert auflösen
- 2. Photopeak: 1274keV (Übereinstimmung mit berechnetem Wert)
- ΔE 2. Photopeak: 126keV

Es ist noch anzumerken, dass teilweise eine eindeutige Identifikation der untersuchten Punkte in den Messwerten nicht möglich war und wir daher durchaus bei der Bestimmung der Punkte statistischen Schwankungen unterlegen sein können.

Da wir jedoch abgesehen von den Rückstreupeaks bei Cs-137 und Na-22 immer im Bereich von ca. +/- 5% lagen, nehmen wir an, dass wir den Messdaten die richtigen Punkte entnommen haben.

Zur 2. Comptonkante von Co-60 ist noch anzumerken, dass aufgrund der Nähe zu den beiden Photopeaks hier keine eindeutige Identifikation möglich war und wir daher auf die Angabe eines Wertes verzichtet haben.

Zur Ermittlung der Halbwertsbreiten haben wir ggf. zwischen zwei Messpunkten um den halben Maximalwert linear interpoliert um den zum halben Maximalwert gehörenden Energiewert genauer zu bestimmen.

Eigentlich sollten die Photopeaks scharfe Linien, also Photolinien sein. Aufgrund von statistischen Effekten verschmieren diese jedoch. Aus der Halbwertsbreite der Photopeaks lässt sich zudem ein Rückschluss auf das Auflösungsvermögen der Apparatur ziehen.

Weiterhin kann anhand der Beziehung $N = \left(\frac{E}{\Delta E}\right)^2$ eine Aussage über die Anzahl der am Photopeak beteiligten Elektronen gemacht werden. Für die einzelnen Photolinien ermittelten wir:

Cs-137: $N = 65$
Na-22: $N_1 = 47$ und $N_2 = 160$
Co-60: $N_1 = 43$ und $N_2 = 102$

Betrachtet man die Abweichungen von den Theoriewerten, in Abhängigkeit der Energiewerte, stellt man fest, dass diese bei kleinen Werten, also unterhalb des Eichwertes nach oben deutet, während bei hohen Energiewerten, oberhalb des Eichwertes, diese nach unten deutet. Wir vermuten hier einen linearen Zusammenhang in der Anordnung, die niedrige Energiewerte eher zu hoch, und große Energiewerte eher zu niedrig misst.

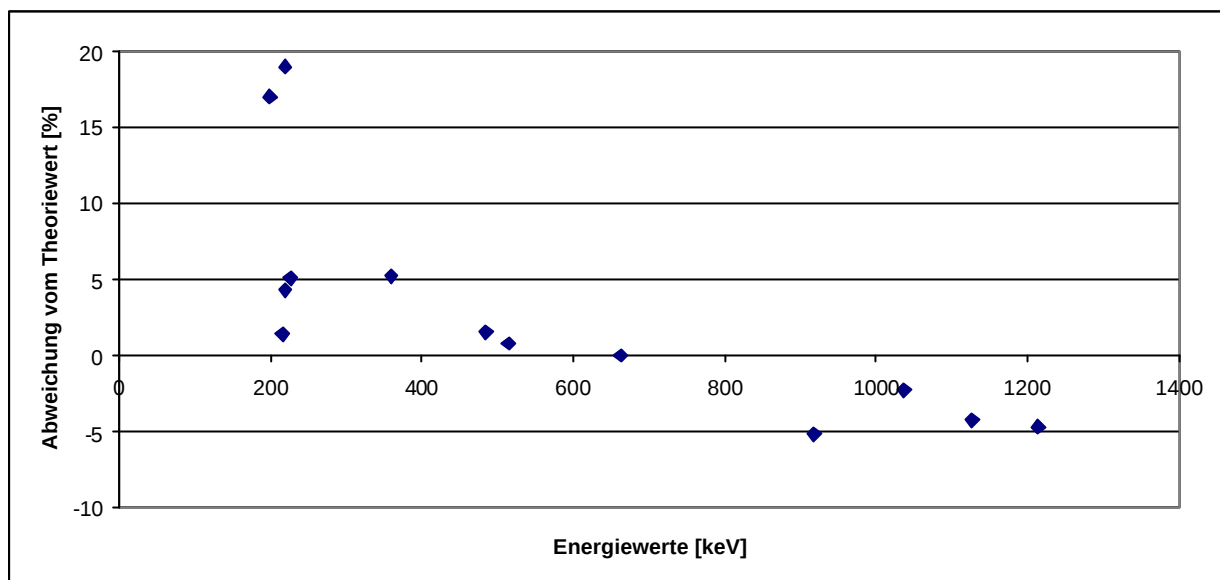


Diagramm 7: Abweichung vom Theoriewert in Abhängigkeit des Energiewertes

Aufgabe 2 – Aktivität des Cs-137 Präparats

Unsere Probe hatte die Nummer #107F. Wir nahmen für verschiedene Abstände zwischen Probe und Detektor die Ereignisse im Zeitraum von 60s auf.

Der Faktor q ist dem Diagramm aus der Vorbereitungshilfe entnommen worden. Anschließend ermittelten wir die Aktivität nach der Formel $A = \frac{N}{tq}$. Welche wir auch als Geradengleichung von q der Form $\frac{N}{t} = Aq$ auffassen können.

Abstand [cm]	Ereignisse in 60s	Ereignisse in 1s	Faktor q	Aktivität [Bq]
1,6	156220	2604	0,028	92988
3,2	91349	1522	0,015	101498
4,8	60384	1006	0,006	167733
6,4	41320	689	0,0035	196761

Tabelle 1: Aktivität des Cs-137 Präparats

Wir verwendeten eine lineare Regression um die Steigung der Gerade $A = 75465Bq$ zu ermitteln. Da bei Cs-137 nur 92% der Zerfälle tatsächlich in Form von Gamma-Quanten stattfinden, müssen wir die ermittelte Steigung noch mit dem Faktor 0,92 multiplizieren um die Aktivität unserer Probe zu erhalten.

Diese besitzt folglich die Aktivität $A_{\text{Cs-137}} = 69428Bq$, welche einen Fehler von $\Delta A_{\text{Cs-137}} = 4247Bq$ bzw. 6,11% besitzt.

Mögliche Gründe für den Fehler sind zum einen das nicht genau mögliche Ablesen des Abstands Probe-Detektor sowie die nicht exakt mittige und gleiche Ausrichtung der Probe bei allen Messungen.

Am größten jedoch erachten wir den Einfluss der ungünstigen Abstandswahl, welche uns erst im Nachhinein bewusst wurde. Diese erschwerte das Ablesen des q Faktors, was ohnehin schon fehlerbehaftet ist, zusätzlich.

Aufgabe 3 – Statistische Verteilungen

Im Folgenden werden die Aufgabenteile 3.1 – 3.4 jeweils für die beiden Arten Stichproben zu nehmen geschlossen am Stück durchgeführt. Wir beginnen zunächst mit der Strichprobe eines Teils des Spektrums und anschließend folgt die Gesamtzählrate.

Wir bildeten unsere Stichprobe über die Kanäle 15-24, womit wir einen Mittelwert von 3,013 erhielten, was dem in der Aufgabenstellung geforderten nahe kam.

Mit der Häufigkeitsfunktion von Excel ermittelten wir die absolute Häufigkeit der einzelnen Ereignisse und berechneten die Relative Häufigkeit aus der absoluten Häufigkeit dividiert durch die Anzahl der 150 Spektren.

Die Poisson- und Gaußverteilungen wurden nach den in der Vorbereitung angegebenen Formeln berechnet. Ebenso der Mittelwert, Standardabweichung und Standardabweichung des Mittelwertes.

Es gilt: $X^2 = N \cdot \sum_{i=1}^k \frac{(a_{rel} - p_{rel})^2}{p_{rel}}$ wobei p_{rel} die relative Häufigkeit ist, die von der Poisson-

Verteilung vorhergesagt wird. Analog kann p_{rel} durch g_{rel} für die Gaußverteilung ersetzt werden. N ist die Zahl der Messungen bzw. Spektren.

Eine Tabelle mit weiteren Werten für X^2 liegt dem Protokoll bei. Diese Tabelle ist einer älteren Auflage des Bronstein entnommen. Die neueren Auflagen enthalten nur eine stark gekürzte Variante der Tabelle.

Ereignisse	Häufigkeit A	rel. Häufigkeit a_{rel}	Poisson p_{rel}	Gauss g_{rel}
0	10	0,0667	0,04913	0,0622
1	22	0,1467	0,14804	0,1201
2	32	0,2133	0,22304	0,1784
3	33	0,2200	0,22404	0,2040
4	25	0,1667	0,16877	0,1796
5	15	0,1000	0,10171	0,1218
6	8	0,0533	0,05108	0,0636
7	2	0,0133	0,02199	0,0255
8	2	0,0133	0,00828	0,0079
9	0	0,0000	0,00277	0,0019
10	0	0,0000	0,00084	0,0003
11	0	0,0000	0,00023	0,0000
12	0	0,0000	0,00006	0,0000
13	0	0,0000	0,00001	0,0000
14	1	0,0067	0,00000	0,0000

Tabelle 2: Häufigkeits-, Poisson-, und Gaußverteilung für die Stichprobe eines Teils des Spektrums

Der Mittelwert der Ereignisse beträgt: $x_m = 3,0133$

Die Standardabweichung beträgt: $s = 1,9558$

Die Standardabweichung vom Mittelwert beträgt: $s_{x_m} = 0,1597$

Ein Vergleich der Wurzel des Mittelwerts von $\sqrt{x_m} = 1,7359$ mit der Standardabweichung zeigt eine Abweichung von -11,25%. Wirft man einen Blick auf Diagramm 7 lässt sich vermuten, dass diese Abweichung tolerierbar ist und es sich wohl um eine Poisson-Verteilung handelt.

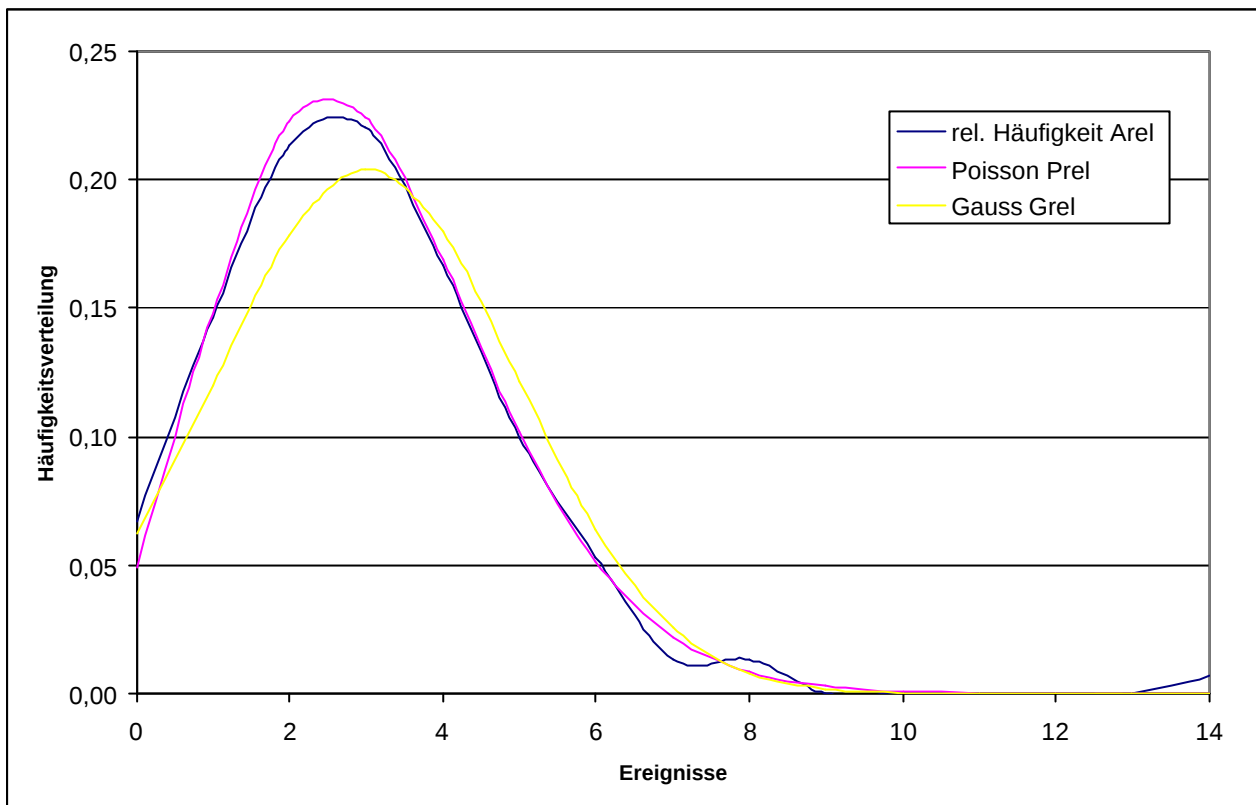


Diagramm 8: Häufigkeitsverteilung der Stichprobe eines Teils des Spektrums

Zur Ermittlung von χ^2 legten wir die Klassen 7 bis 14 zusammen und ermittelten folgende Werte:

Poisson-Verteilung: $\chi^2 = 150 \cdot 0,0069 = 1,0418$

Gauß-Verteilung: $\chi^2 = 150 \cdot 0,0210 = 3,1426$

Die Zahl der Freiheitsgrade berechnet sich aus der Anzahl der Klassen minus Eins. Es blieben acht Klassen nach der Zusammenlegung, folglich ergibt sich $k=7$.

Tabellenwert: $\chi^2_7 = 3,82$ (bei Wahrscheinlichkeit $\alpha = 80\%$)

$\chi^2_7 = 1,24$ (bei Wahrscheinlichkeit $\alpha = 99\%$)

Ein Vergleich zeigt, dass die Hypothese es handelt sich bei der Stichprobe um eine Poisson-Verteilung zu 99% haltbar ist. Die Annahme es handelt sich um eine Gaußverteilung hingegen nur zu 80%.

Ereignisse	Häufigkeit A	rel. Häufigkeit a_{rel}	Poisson p_{rel}	Gauss g_{rel}
4	0	0,00000	0,00000	0,0001
5	0	0,00000	0,00000	0,0002
6	0	0,00000	0,00000	0,0003
7	0	0,00000	0,00001	0,0005
8	0	0,00000	0,00003	0,0008
9	0	0,00000	0,00008	0,0013
10	0	0,00000	0,00022	0,0021
11	1	0,00667	0,00052	0,0032
12	0	0,00000	0,00111	0,0047
13	0	0,00000	0,00220	0,0068
14	1	0,00667	0,00407	0,0096
15	1	0,00667	0,00701	0,0131
16	3	0,02000	0,01132	0,0174
17	4	0,02667	0,01721	0,0225
18	7	0,04667	0,02470	0,0284
19	8	0,05333	0,03360	0,0348
20	9	0,06000	0,04341	0,0414
21	7	0,04667	0,05341	0,0480
22	10	0,06667	0,06273	0,0541
23	5	0,03333	0,07048	0,0593
24	8	0,05333	0,07588	0,0632
25	8	0,05333	0,07843	0,0656
26	9	0,06000	0,07795	0,0662
27	10	0,06667	0,07460	0,0650
28	8	0,05333	0,06885	0,0621
29	9	0,06000	0,06134	0,0577
30	9	0,06000	0,05284	0,0522
31	6	0,04000	0,04404	0,0459
32	6	0,04000	0,03556	0,0393
33	3	0,02000	0,02785	0,0327
34	2	0,01333	0,02116	0,0264
35	6	0,04000	0,01563	0,0208
36	3	0,02000	0,01122	0,0160
37	2	0,01333	0,00783	0,0119
38	3	0,02000	0,00533	0,0086
39	2	0,01333	0,00353	0,0061
40	0	0,00000	0,00228	0,0042
41	0	0,00000	0,00144	0,0028
42	0	0,00000	0,00088	0,0018
43	0	0,00000	0,00053	0,0011
44	0	0,00000	0,00031	0,0007
45	0	0,00000	0,00018	0,0004
46	0	0,00000	0,00010	0,0002
47	0	0,00000	0,00006	0,0001
48	0	0,00000	0,00003	0,0001
49	0	0,00000	0,00002	0,0000

Tabelle 3: Häufigkeits-, Poisson-, und Gaußverteilung für die Stichprobe der Gesamtzählrate

Betrachten wir nun die Stichprobe der Gesamtzählrate, wobei sich folgende Werte aus den Häufigkeiten, welche auf Seite 10 aufgeführt sind, ergeben:

Der Mittelwert der Ereignisse beträgt: $x_m = 25,84$
 Die Standardabweichung beträgt: $s = 6,0202$
 Die Standardabweichung vom Mittelwert beträgt: $s_{x_m} = 0,4915$

Ein Vergleich der Wurzel des Mittelwerts von $\sqrt{x_m} = 5,0833$ mit der Standardabweichung zeigt eine Abweichung von -15,56%.

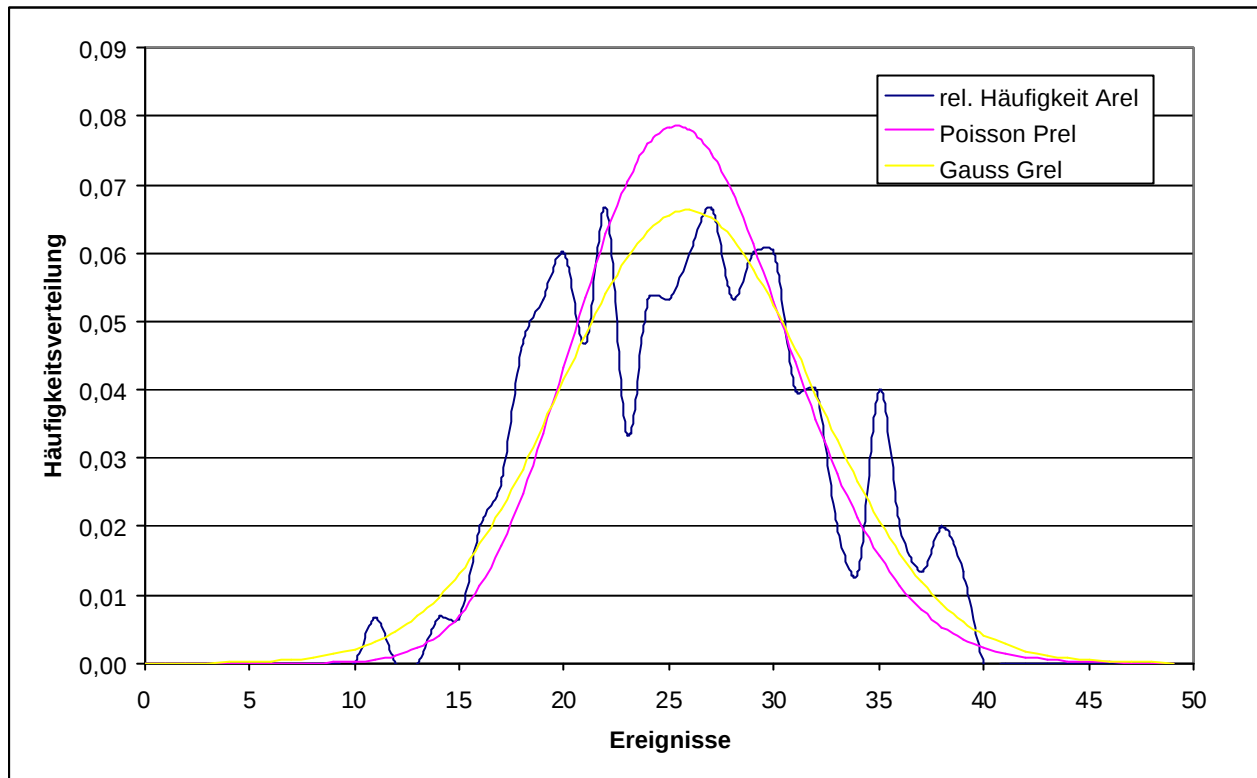


Diagramm 9: Häufigkeitsverteilung der Stichprobe der Gesamtzählrate

Zur Ermittlung von χ^2 legten wir die Klassen 4 bis 13, 33 und 34, 36 und 37 sowie 38 bis 49 zusammen und ermittelten folgende Werte:

Poisson-Verteilung: $\chi^2 = 150 \cdot 0,1512 = 22,6786$

Gauß-Verteilung: $\chi^2 = 150 \cdot 0,0981 = 14,7208$

Die Zahl der Freiheitsgrade berechnet sich aus der Anzahl der Klassen minus Eins. Es blieben 24 Klassen nach der Zusammenlegung, folglich ergibt sich $k=23$.

Tabellenwert: $\chi^2_{23} = 26,0$ (bei Wahrscheinlichkeit $\alpha = 30\%$)
 $\chi^2_{23} = 14,8$ (bei Wahrscheinlichkeit $\alpha = 90\%$)

Ein Vergleich zeigt, dass die Hypothese es handelt sich bei der Stichprobe um eine Poisson-Verteilung hier nur noch sehr eingeschränkt haltbar ist. Die Annahme es handelt sich um eine Gauß-Verteilung scheint jedoch auch hier mit 90% noch relativ haltbar.