

# Auswertung P2-62 – Glüh- und Feldemission

Michael Prim & Tobias Volkenandt

8. Mai 2006

## Aufgabe 1 – Richardson-Gesetz

Nach Anschluss der Diode begannen wir die geforderten Messwerte für Heizstrom  $I_H$ , Heizspannung  $U_H$  und Sättigungsstrom  $I_S$  aufzunehmen.

In Tabelle 1 finden sich die Messwerte für Heizstrom und Heizspannung. Bei beiden Messungen wurde hierbei ein digitales Messgerät verwendet und wir veranschlagen daher allgemein einen systematischen Fehler von  $\Delta I_{H,sys} = \pm 0,01A$  bzw.  $\Delta U_{H,sys} = \pm 0,01V$ .

Weiterhin finden sich in der Tabelle die errechneten Werte für die Leistung  $P = U \cdot I$  und die aus den Fehlern von Strom und Spannung resultierenden Fehler  $\Delta P_{sys}$  der Leistung.

Hierbei wurde die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung verwendet.

Der Sättigungsstrom ist ebenfalls in der Tabelle aufgeführt, wobei der Fehler  $\Delta I_S$  aus der jeweils verwendeten Skala des analogen Messgeräts resultiert.

Zuletzt finden sich in der Tabelle die aus dem Schaubild entnommenen Werte der Heizfadentemperatur  $T$ . Hierbei wurde nach Betrachtung der Größenordnung des Fehlers der Leistung und der Fähigkeiten der Experimentatoren großzügig ein sich bei jedem Temperaturwert ergebenden Fehler von  $\Delta T = \pm 10K$  beim Ablesen abgeschätzt.

$I_H$ [A]	$U_H$ [V]	$P$ [W]	$\Delta P_{sys}$ [W]	$T$ [K]	$I_S$ [ $\mu$ A]	$\Delta I_S$ [ $\mu$ A]
1,70	0,72	1,22	0,02	1680	0,1	0,100
1,74	0,76	1,31	0,02	1712	0,2	0,100
1,77	0,80	1,41	0,02	1760	0,5	0,100
1,80	0,84	1,52	0,02	1800	1,1	0,100
1,84	0,88	1,62	0,02	1852	2,6	0,100
1,88	0,93	1,75	0,02	1872	5,9	0,100
1,92	0,99	1,90	0,02	1950	12	1,000
1,94	1,02	1,98	0,02	1978	17	1,000
1,99	1,08	2,15	0,02	2012	33	1,000
2,04	1,14	2,33	0,02	2086	55	1,000
2,07	1,18	2,44	0,02	2120	71	1,000
2,10	1,21	2,54	0,02	2140	83	1,000
2,16	1,29	2,77	0,03	2206	129	10,000
2,21	1,37	3,03	0,03	2256	166	10,000
2,25	1,42	3,20	0,03	2304	193	10,000
2,29	1,48	3,39	0,03	2338	220	10,000

Tabelle 1: Messwerte Aufgabe 1

Wie in der Vorbereitung gezeigt, lässt sich das Richardson-Gesetz auf folgende Form bringen:

$$\ln\left(\frac{I_S}{T^2}\right) = \ln(A_k e) - \frac{\Phi}{k_B T}$$

Hierbei beträgt die Heizfadenoberfläche  $A_k = 4\text{mm}^2$ . Trägt man die berechneten Werte aus Tabelle 2 in ein Diagramm auf, erkennt man deutlich den linearen Zusammenhang und kann somit die Steigung mit  $m = -\frac{\Phi}{k_B}$ , sowie den Achsenabschnitt mit  $b = \ln(A_k e)$  vergleichen.

$\ln(I/T^2)$ [A/K <sup>2</sup> ]	1/T [1/K]
-30,97119380	0,000595238
-30,31578358	0,000584112
-29,45479591	0,000568182
-28,71128427	0,000555556
-27,90804194	0,000539957
-27,11008352	0,000534188
-26,44095122	0,000512821
-26,13299270	0,000505561
-25,53277206	0,000497018
-25,08513481	0,000479386
-24,87117342	0,000471698
-24,73379217	0,000467290
-24,35357055	0,000453309
-24,14621999	0,000443262
-24,03762441	0,000434028
-23,93598530	0,000427716

Tabelle 2: Berechnungen Aufgabe 1

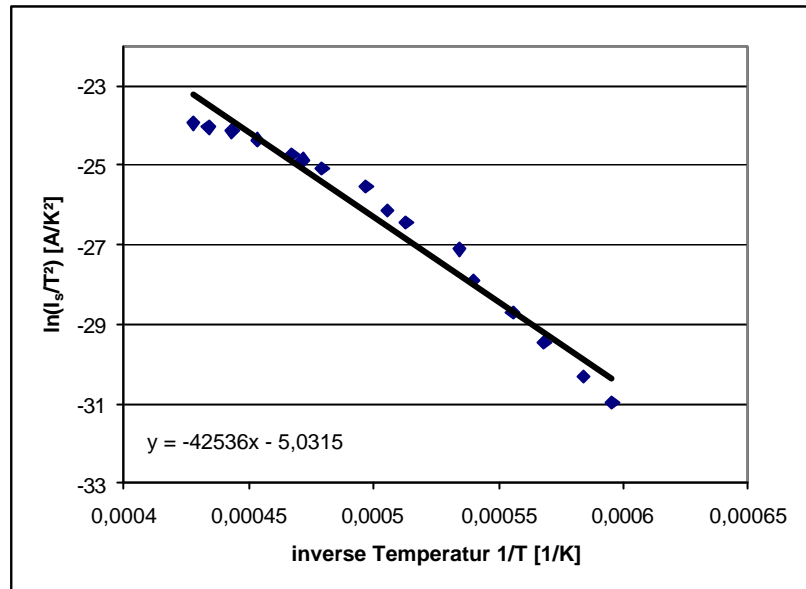


Diagramm 1: Richardson-Gesetz in linearisierter Form

Excel ermittelte uns neben Steigung und Achsenabschnitt auch deren Fehler  $\Delta m = 2162$  und  $\Delta b = 1,0964$ , womit sich nach Umformung der Ausdrücke für  $m$  und  $b$  die gesuchten Größen  $\Phi$  und  $e$  ermitteln lassen. Mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung lassen sich weiterhin deren Fehler bestimmen.

$$\Phi = -mk \quad \Delta\Phi = \sqrt{k^2 \cdot \Delta m^2}$$

$$e = \frac{\exp(b)}{A_k} \quad \Delta e = \sqrt{\left(\frac{\exp(b)}{A_k}\right)^2 \cdot \Delta b^2}$$

- Elektronenaustrittsarbeit:  $\Phi = 3,665\text{eV} \pm 0,186\text{eV}$
- Elektronenemissionsvermögen:  $e = 1632 \frac{\text{A}}{\text{m}^2\text{K}^2} \pm 1789 \frac{\text{A}}{\text{m}^2\text{K}^2}$

## Aufgabe 2 – Schottky-Raumladungsgesetz und Schottky-Effekt

Nach Anschluss der Diode nahmen wir Messwerte für den Diodenstrom  $I_D$  und die Anodenspannung  $U_A$  auf. Es war uns jedoch nicht möglich, die Werte für die Anodenspannung um den Innenwiderstand des Messgeräts zu korrigieren, da sich keinerlei Angaben über diesen finden ließen.

Die Fehler für den Diodenstrom resultieren wieder aus der verwendeten Skala des Messgeräts. Den Fehler der Anodenspannung des digitalen Messgeräts setzen wir mit  $\Delta U_{A,sys} = \pm 0,01V$  an.

$U_A$ [V]	$I_D$ [mA]	$\Delta I_D$ [mA]
-3,04	0,0036	0,0001
-2,08	0,0195	0,0001
-1,93	0,0250	0,0001
-0,84	0,1100	0,1000
0,86	0,4000	0,1000
1,97	0,6400	0,1000
2,55	0,7600	0,1000
3,53	1,0000	0,1000
4,80	1,2000	0,1000
6,10	1,5000	0,1000
6,90	1,6500	0,1000
7,77	1,7500	0,1000
8,55	1,8300	0,1000
9,45	1,8800	0,1000
10,74	1,9300	0,1000
15,01	1,9500	0,1000
21,18	1,9700	0,1000
25,61	2,0200	0,1000
30,04	2,0500	0,1000
35,96	2,0500	0,1000
40,56	2,0800	0,1000
49,56	2,1200	0,1000
59,92	2,1600	0,1000
70,03	2,1600	0,1000
80,49	2,1700	0,1000
90,39	2,2000	0,1000
100,35	2,2100	0,1000
106,26	2,2400	0,1000

Tabelle 3: Messwerte Aufgabe 2

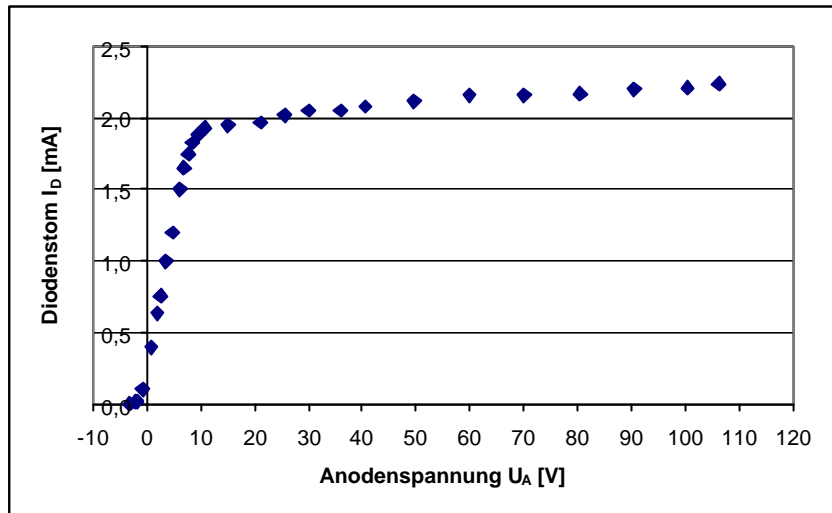


Diagramm 2: Messwerte Diodenstrom bei Gegen- & Beschleunigerspannung

Trägt man die Messwerte zunächst unverändert auf, so erkennt man deutlich, dass sogar bei einer Gegenspannung vereinzelt Elektronen die Anoden erreichen und sich ein minimaler Strom messen lässt.

Weiterhin ist deutlich das Raumladungsgebiet zu erkennen, in welchem der Diodenstrom linear ansteigt und für welches die erste Gleichung überprüft werden soll.

Ab etwa 10V-20V beginnt dann das Sättigungsgebiet in welchem auch ein Erhöhen der Anodenspannung kaum mehr eine Steigerung des Diodenstroms bewirkt.

Wir wollen zunächst das Schottky-Raumladungsgesetz überprüfen, indem wir in Erweiterung der Vorbereitung das Raumladungsgesetz auf die Form  $I_D^{2/3}(U) = c^{2/3} \cdot U$  bringen. Dies ermöglicht uns auch die negativen Spannungswerte zu verwenden. Hierbei

$$\text{beträgt der theoretische Wert von } c^{2/3} = \left( \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \cdot \frac{4e_0}{9} \cdot \frac{A_a}{d^2} \right)^{2/3} = 0,003609 \frac{As}{\sqrt[3]{kgV^2m^2}}.$$

Zur Überprüfung verwendeten wir die Messwerte im Spannungsbereich von  $-2V \leq U \leq 9V$ .

$U_A$ [V]	$I_D^{2/3}$ [A <sup>2/3</sup> ]
-1,93	0,00085
-0,84	0,00230
0,86	0,00543
1,97	0,00743
2,55	0,00833
3,53	0,01000
4,80	0,01129
6,10	0,01310
6,90	0,01396
7,77	0,01452
8,55	0,01496

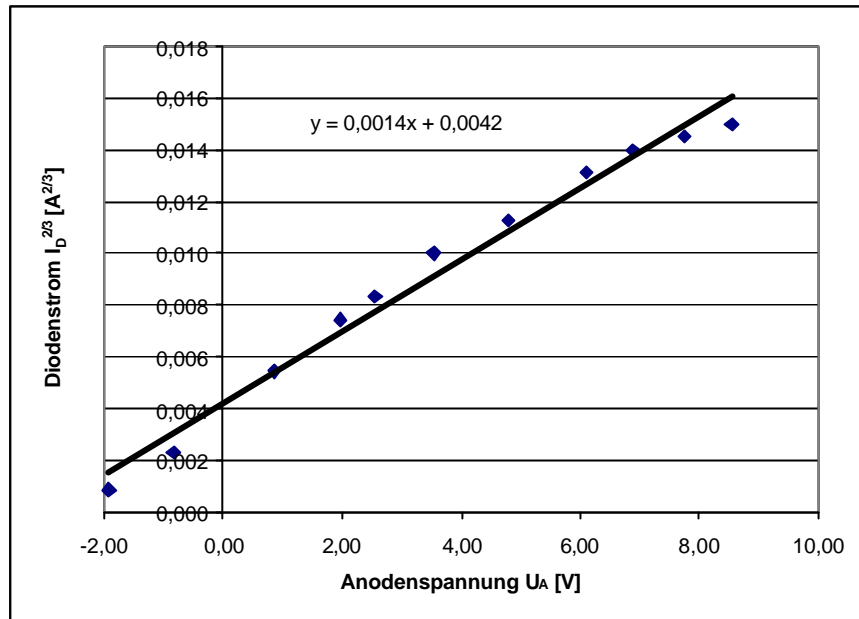


Diagramm 3: Messwerte im Raumladungsbereich

Excel berechnete uns wiederum die Steigung der Regressionsgeraden und deren Fehler, wobei wir einen Wert für  $c^{2/3} = 0,001390 \pm 0,000062$  erhielten. Dieser liegt immerhin in der gleichen Größenordnung wie der theoretische Wert.

Als nächstes versuchten wir die Beziehung für das Sättigungsgebiet zu überprüfen und verwendeten hierzu die Spannungswerte von  $25V \leq U \leq 105V$ . Wie in der Vorbereitung gezeigt, lässt sich die Steigung  $b$  aus der Beziehung in linearisierter Form  $\ln(I_D) = \ln(a) + b\sqrt{U}$  wie folgt berechnen:

$$b = \frac{e}{2k_B T} \sqrt{\frac{e}{p e_0 r_i \ln(r_o/r_i)}} = 0,0145 \frac{1}{\sqrt{V}} \quad \text{wobei } T(2,3A) = 2338K$$

$\sqrt{U_A}$ [V <sup>1/2</sup> ]	$\ln(I_D)$
5,06063237	-6,20465777
5,48087584	-6,18991549
5,99666574	-6,18991549
6,36867333	-6,17538739
7,03988636	-6,15633919
7,74080099	-6,13764706
8,36839292	-6,13764706
8,97162193	-6,13302811
9,50736557	-6,11929792
10,0174847	-6,11476276
10,3082491	-6,10127941

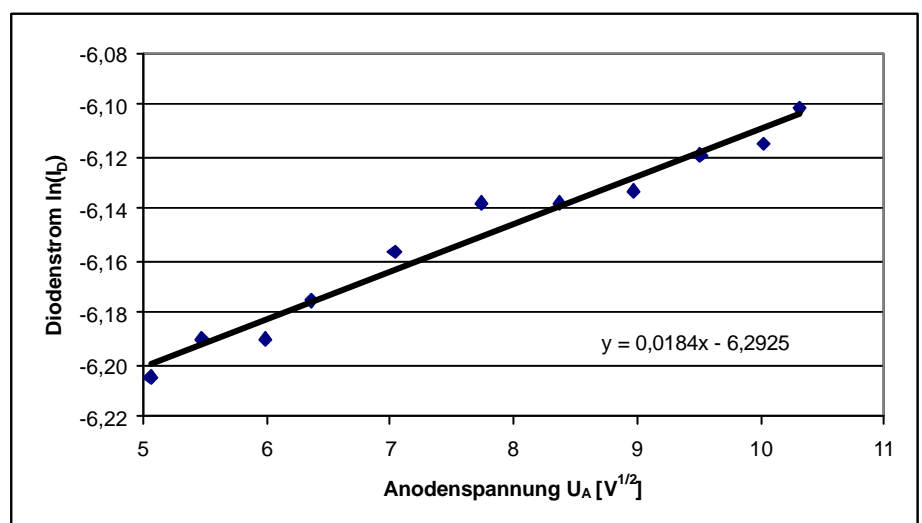


Diagramm 4: Messwerte Sättigungsgebiet

Auch hier berechnete uns Excel die Steigung der Ausgleichsgeraden inklusive Fehler, wobei wir den Wert  $b = 0,0183 \pm 0,0011 \frac{1}{\sqrt{V}}$  erhielten. Dieser Wert liegt doch sehr nahe am theoretischen Wert und zeigt deutlich die Gültigkeit der Beziehung.

### Aufgabe 3 – Fowler-Nordheim-Beziehung

Wir führten die Messungen von Feldemissionsstrom  $I_F$  und Röhrenspannung  $U_R$  wie in der Aufgabenstellung beschrieben durch. Die in der Tabelle 4 angegebenen Messdaten der Röhrenspannung wurden bereits um den Innenwiderstand  $R_i = 10M\Omega$  korrigiert:

$$U_{R_{\text{korrr}}} = U_R - I_E \cdot R_i$$

Anschließend bestimmten wir die notwendigen Größen für die Linearisierung der Fowler-Nordheim-Beziehung.

$I_F$ [nA]	$U_{R_{\text{korrr}}}$ [V]	$1/U$ [1/V]	$\ln(1/U^2)$ [A/V <sup>2</sup> ]
0,30	2700	0,00037041	-37,7290305
0,31	2800	0,00035718	-37,7689768
0,32	2900	0,00034487	-37,8074115
0,33	3000	0,00033337	-37,8444436
0,34	3100	0,00032262	-37,8801709
0,35	3200	0,00031253	-37,9146814
0,36	3300	0,00030306	-37,9480544
0,37	3400	0,00029415	-37,9803619
0,39	3500	0,00028575	-37,9856880
0,41	3600	0,00027781	-37,9920144
0,43	3700	0,00027030	-37,9991797
0,47	3800	0,00026319	-37,9635537
0,52	3899	0,00025644	-37,9143893
0,60	3999	0,00025004	-37,8218907
0,74	4099	0,00024395	-37,6614944
1,00	4199	0,00023815	-37,4084692
1,40	4299	0,00023263	-37,1188829
2,20	4398	0,00022739	-36,7125279
2,70	4497	0,00022236	-36,5524791
4,50	4595	0,00021760	-36,0848541
6,90	4693	0,00021308	-35,6994417
10,00	4790	0,00020877	-35,3692521
14,50	4885	0,00020469	-35,0371710
23,00	4977	0,00020092	-34,6129368
29,00	5071	0,00019720	-34,4185566
44,00	5156	0,00019395	-34,0349089
56,00	5244	0,00019069	-33,8275938
75,00	5325	0,00018779	-33,5661137
90,00	5410	0,00018484	-33,4154649
120,00	5480	0,00018248	-33,1534949
135,00	5565	0,00017969	-33,0664956
157,00	5643	0,00017721	-32,9433623
187,00	5713	0,00017504	-32,7931563
215,00	5785	0,00017286	-32,6786751
255,00	5845	0,00017109	-32,5286860

Tabelle 4: Messwerte und berechnete Größen Aufgabe 3

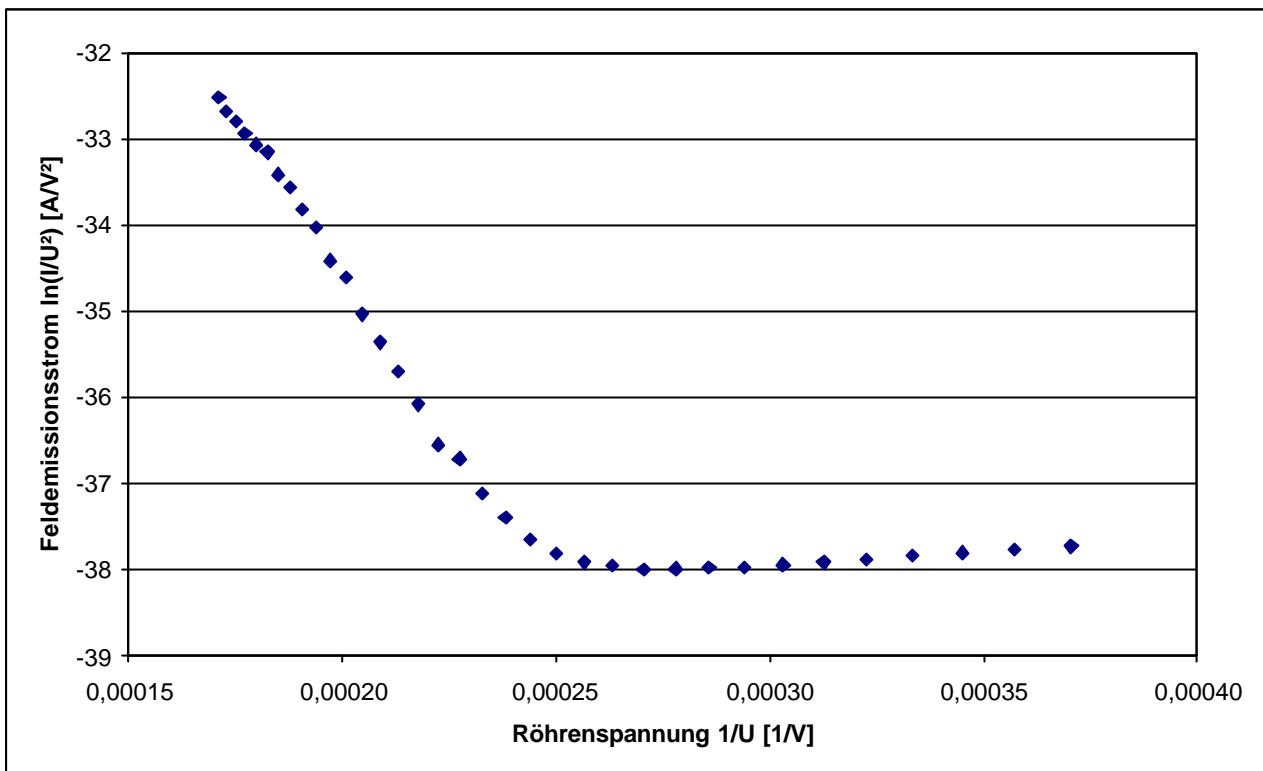


Diagramm 5: Messwerte zur Fowler-Nordheim-Beziehung in linearisierter Form

Wie man Diagramm 5 deutlich entnehmen kann, setzt bei etwa 4kV Röhrenspannung ( $\approx 0,00025 \frac{1}{V}$ ) der lineare Verlauf der umgeformten Fowler-Nordheim-Beziehung ein, welchen es zu zeigen galt. Bei Messungen unterhalb von 4kV war kaum ein Strom zu messen. In diesen Bereichen ist die Potentialbergbreite noch deutlich größer als die Wellenlänge des Elektrons und es treten keine quantenmechanischen Tunneleffekte auf.

Die Potentialbergbreite  $\Delta x$  lässt sich wie in der Vorbereitung gezeigt wie folgt bestimmen:

$$\Delta x = \frac{\sqrt{\Phi_0^2 - 4ba}}{|b|} \quad \text{wobei } a = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0} \quad \text{und } b = -\frac{2e}{r \ln(r/r_0)} \cdot U$$

Weiterhin gilt für die deBroglie-Wellenlänge energiereicher Elektronen mit 6eV:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU}} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Wir bestimmten nun für alle Spannungen oberhalb von 4kV die Potentialbergbreite und bildeten das Verhältnis mit der Wellenlänge des Elektrons. Aus den in Tabelle 5 aufgeführten Verhältnissen zwischen Potentialbergbreite und Wellenlänge des Elektrons wird ersichtlich, dass mit steigender Spannung die Potentialbergbreite immer mehr in die Größenordnung der Wellenlänge des Elektrons rückt und somit Tunneleffekte immer häufiger auftreten. Hieraus resultiert der im Vergleich zu klassischen Rechnungen höhere gemessene Strom.

Wie zuvor erwähnt wird anhand der Verhältnisse auch sehr deutlich, dass unterhalb von 4kV die Potentialbergbreite zu groß für Quantenmechanische - bzw. Tunneleffekte ist.

$U_{Rkorr}$ [V]	$\Delta x$ [m]	$\Delta x / \lambda$
3999	1,22806E -09	2,45
4099	1,19369E -09	2,38
4199	1,16098E -09	2,32
4299	1,12982E -09	2,26
4398	1,10017E -09	2,20
4497	1,07173E -09	2,14
4595	1,04485E -09	2,09
4693	1,01924E -09	2,04
4790	9,94825E -10	1,99
4885	9,71699E -10	1,94
4977	9,50361E -10	1,90
5071	9,29230E -10	1,86
5156	9,10774E -10	1,82
5244	8,92285E -10	1,78
5325	8,75797E -10	1,75
5410	8,59016E -10	1,72
5480	8,45579E -10	1,69
5565	8,29707E -10	1,66
5643	8,15554E -10	1,63
5713	8,03175E -10	1,60
5785	7,90746E -10	1,58
5845	7,80618E -10	1,56

Tabelle 5: Potentialbergbreite und Verhältnis zur Wellenlänge des Elektrons

#### Aufgabe 4 – Feldelektronenmikroskop

Wir führten die Betrachtung des Feldelektronenmikroskops wie in der Aufgabe angegeben durch. Leider konnten wir die an der Röhre sichtbaren thermischen Bewegungen der Bariumatome nicht fotografisch festhalten, da diese Intensitätsänderungen auf den Bildern zu schwach ausfallen. Anhand dreier Bilder kann im Folgenden jedoch deutlich die Ablagerung der Bariumatome auf der Wolframspitze deutlich gemacht werden.

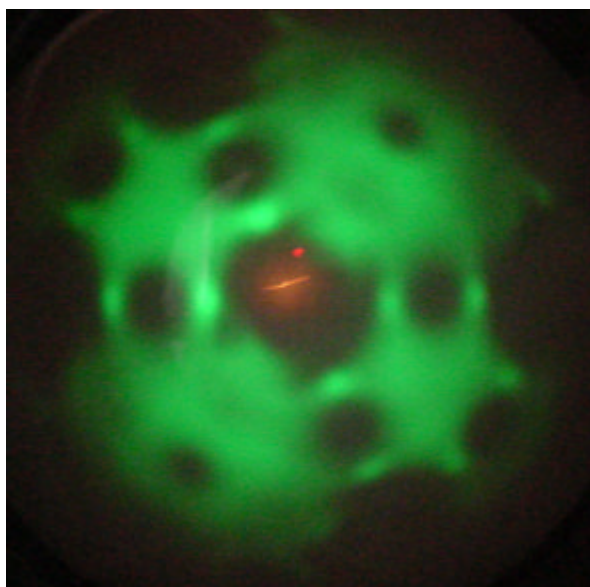


Bild 1: Röhre nach dem Ausheizen

Deutlich sichtbar sind die Strukturen des Atomgitters und das Austreten der Elektronen auch im Randbereich.

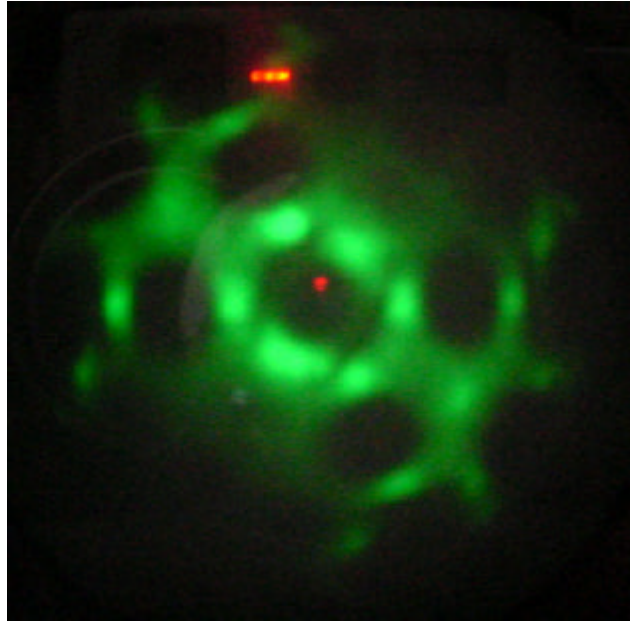


Bild 2: Röhre mit Ablagerungen.

Mit zunehmender Zeit lagern sich die Bariumatome auf der Spitze ab. Da durch die Bariumatome der Feldlinienverlauf gestört wird, behindern sie die Elektronen am Austreten. Vor allem in den Randbereichen des Schirms treffen kaum mehr Elektronen auf. Außerdem wird das Bild zunehmend unscharf.

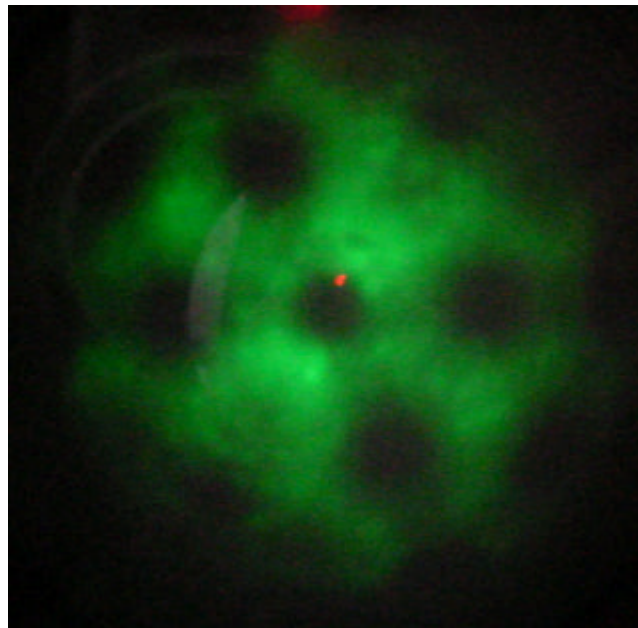


Bild 3: Er kaltete Röhre

In erkaltetem Zustand ist das Bild extrem unscharf und in den Randbereichen treffen quasi keine Elektronen auf. Bariumatome haben sich in großer Zahl auf der Wolframspitze abgelagert.