

Auswertung P1-73 – Halleffekt

Michael Prim & Tobias Volkenandt

9. Januar 2006

Aufgabe 1.1 – Messungen mit einer Feldplatte

Für die folgenden Versuche war es wichtig, die Stärke des Magnetfeldes zu kennen. Da diese jedoch ungeschickt zu berechnen ist sollte das Magnetfeld in Abhängigkeit der Stromstärke mit Hilfe einer Feldplatte vermessen werden. Der Widerstand einer solchen Feldplatte ändert sich mit der Stärke des angelegten Magnetfeldes. Näheres zur Feldplatte wurde bereits in der Vorbereitung beschrieben.

Für diesen Versuch wählten wir die Magnetfeldstärken, die wir im Folgenden verwenden wollten und bestimmten zu diesen anhand der Eichkurve die an der Feldplatte abfallenden Spannungswerte. Bei der Durchführung erhöhten wir den Spulenstrom immer so weit, bis an der Feldplatte genau diese Spannungen anlagen. Wir haben mit dieser Methode folgende später einzustellende Stromstärken gefunden:

Gewünschte Magnetfeldstärke B [T]	Spannung U [mV] an der Feldplatte	Spulenstromstärke I_{err} [mA]
0,0	24	0,00
0,2	36	0,50
0,4	58	0,80
0,6	94	1,35
0,8	138	1,60
1,0	190	2,20
1,2	248	3,05
1,4	314	5,00

Trägt man das Magnetfeld über dem Strom auf (Abb.1), so zeigt sich ein logarithmischer Zusammenhang.

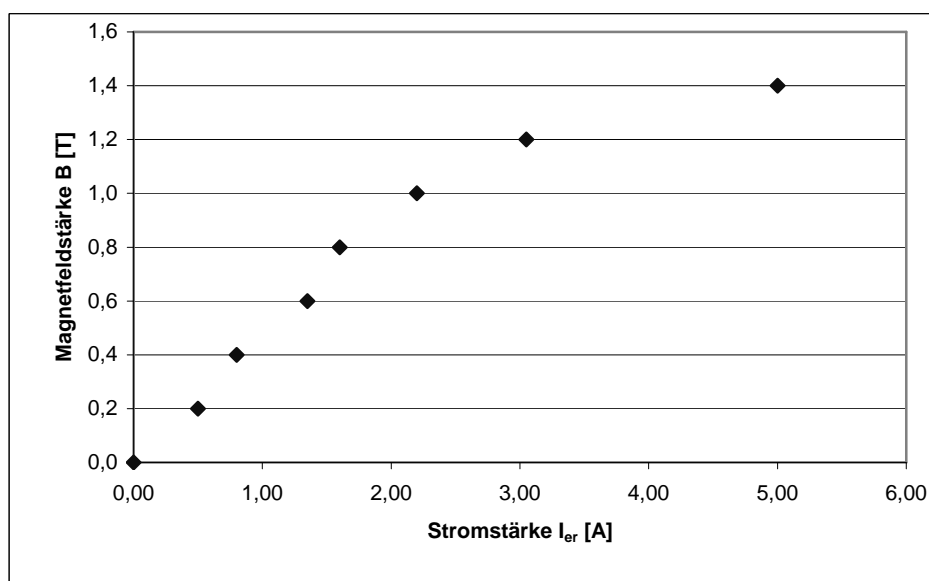


Abb.1: Magnetfeldstärke über Erregerstromstärke

Aufgabe 1.2 – Widerstand einer Feldplatte im Magnetfeld

Im vorherigen Versuch wurde lediglich die Spannung an der Feldplatte gemessen. Es sollte nun aber explizit der dabei in der Feldplatte herrschende Widerstand R_f bestimmt werden. Dieser lässt sich anhand der Maschenregel errechnen, wenn man die angelegte Spannung U_0 und den Vorwiderstand R_V kennt:

$$U_0 = U_V + U_f = R_V I + U_f = R_V \frac{U_f}{R_f} + U_f \rightarrow R_f = \frac{U_f R_V}{U_0 - U_f}$$

Diese Widerstände lassen sich über die einzelnen Spannungswerte U_f dem angelegten Magnetfeld in zuordnen, so dass man $R_f(B)$ angeben kann.

Zusätzlich war in Abhängigkeit des Magnetfeldes die relative Widerstandsänderung $dR_f(B)$ gegenüber dem feldfreien Fall gefragt:

$$dR_f(B) = \frac{R_f(B) - R_f(0)}{R_f(0)}$$

Wir errechneten folgende Werte:

Magnetfeldstärke B [T]	Widerstand $R_f(B)$ [Ω] an der Feldplatte	Relative Widerstands- änderung $dR_f(B)$
0,0	95,602	0,000
0,2	143,678	0,503
0,4	232,297	1,430
0,6	378,666	2,961
0,8	559,883	4,856
1,0	777,414	7,132
1,2	1024,455	9,716
1,4	1311,393	12,717

Es ergaben sich, trägt man diese Werte gegen das Magnetfeld auf (Abb.2), in beiden Fällen parabelförmige Kurven.

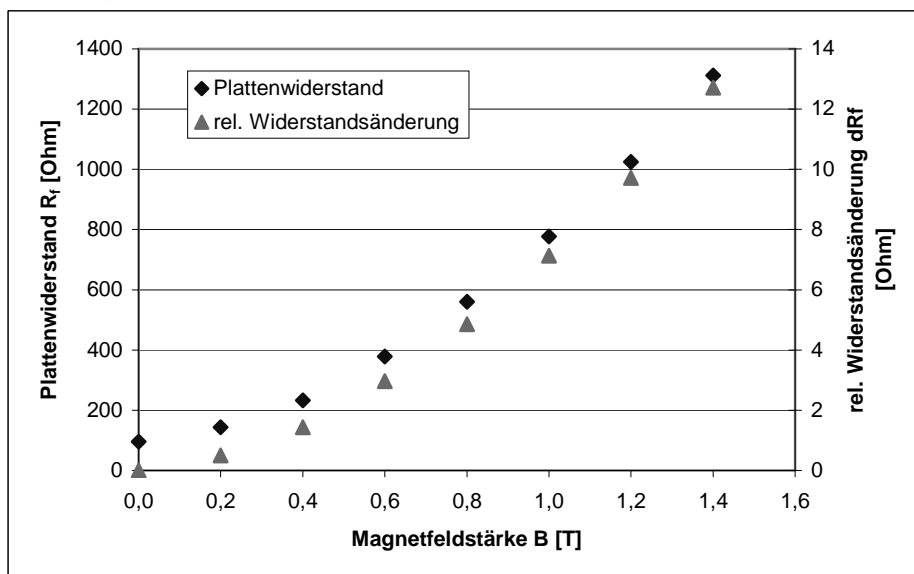


Abb.2: Plattenwiderstand und rel. Widerstandsänderung über Magnetfeldstärke

Aufgabe 2.1 – Messungen mit einer Au-Hallsonde

Nachdem nun bekannt war, welche Stromstärken für bestimmte Magnetfelder nötig sind, konnten wir beginnen mit einer Hallsonde zu arbeiten. Als erstes verwendeten wir eine Metall-Hallsonde aus Gold. Mit dieser führten wir Messungen bei allen in Versuch 1 ausgewählten Magnetfeldstärken B durch. Wir wiederholten diese Messungen bei verschiedenen Steuerströmen I_S durch die Sonde. Zudem führten wir vor jeder Messung den in der Vorbereitung näher beschriebenen „elektrischen Geometrieabgleich“ durch. Wir fanden dann folgende Messwerte der Hallspannung U_H [μV]:

		Magnetfeld B [T]						
		0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
Steuerstrom I_S [mA]	24,4	6	9	14	16	21	24	28
	50,0	11	17	26	33	42	50	58
	75,1	16	26	40	51	64	76	88
	100,1	22	34	53	66	85	102	117
	125,4	26	43	66	84	119	129	150
	150,3	33	52	81	101	123	151	176

Wir können nun die Hallspannung in Abhängigkeit vom Steuerstrom $U_H(I_S)$ mit der Magnetfeldstärke als Parameter auftragen (Abb.3). Genauso lässt sich aber auch ein Schaubild der Hallspannung in Abhängigkeit des Magnetfeldes $U_H(B)$ mit dem Steuerstrom als Parameter erstellen (Abb.4). In beiden erkennt man gut den linearen Zusammenhang, der sich letztendlich dann in der Formel für die Hallspannung niederschlägt: $U_H = \frac{R_H}{d} I_S B$

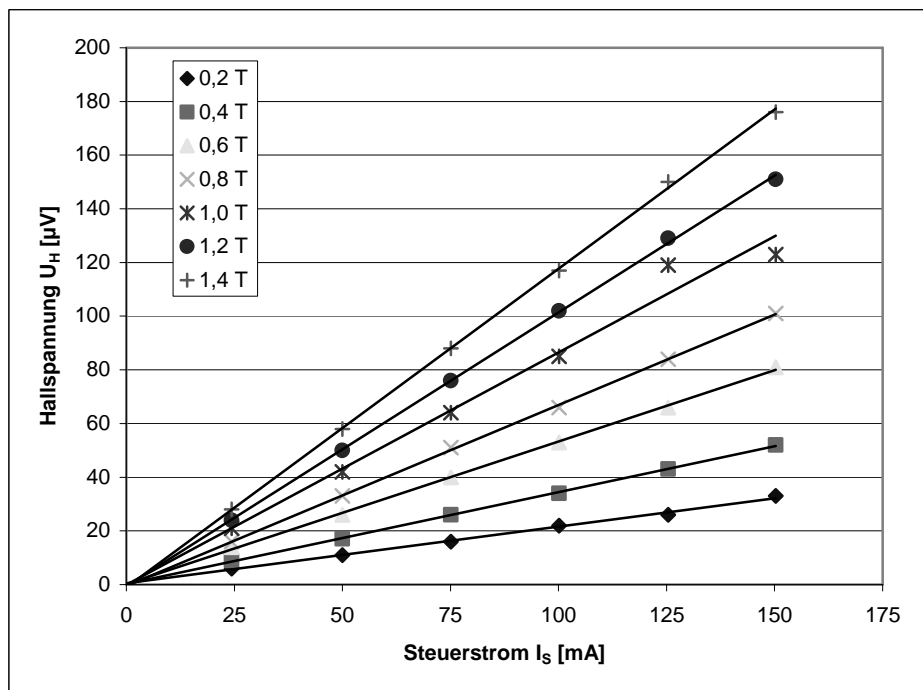


Abb.3: Hallspannung über dem Steuerstrom, mit Magnetfeldstärke als Parameter

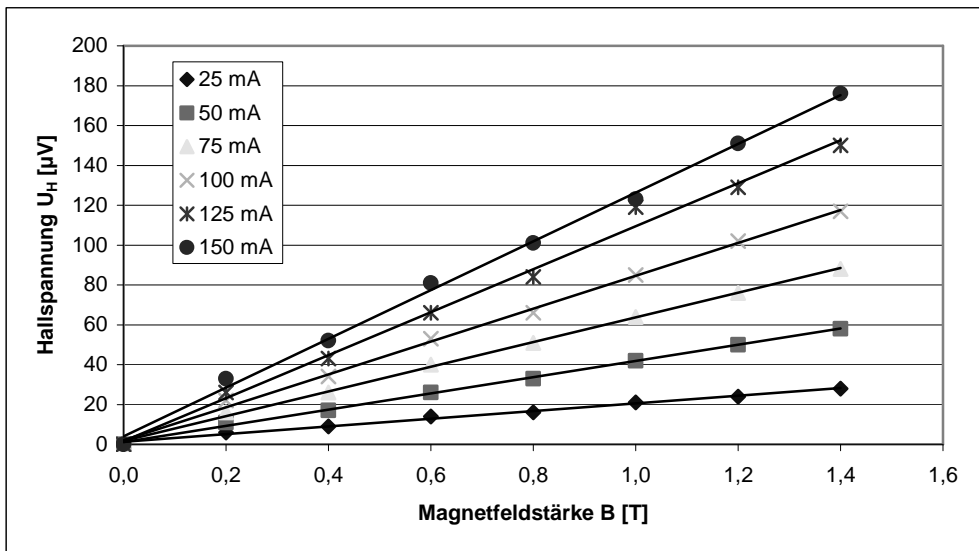


Abb.4: Hallspannung über der Magnetfeldstärke, mit Steuerstrom als Parameter

Betrachtet man die Formel für die Hallspannung, so erkennt man die Form einer Ursprungsgeraden, wenn man I_S bzw. B als Parameter betrachtet. Man kann dann Beziehungen für die Geradensteigung aufstellen, aus denen sich die Hallkonstante R_H bestimmen lässt:

$$m_B = \frac{R_H B}{d} \rightarrow R_H = \frac{m_B d}{B} \quad \text{und} \quad m_I = \frac{R_H I_S}{d} \rightarrow R_H = \frac{m_I d}{I_S}$$

Mit den Werten, die uns Excel für die Geradensteigungen ausgab und der gegebenen Sondendicke von $d = 61 \text{ nm}$ konnten wir folgende Hallkonstanten bestimmen:

Steuerstrom I_S [mA]	Steigung m_I [$\mu\text{V}/\text{T}$]	Hallkonstante R_H [$\text{m}^3/10^{11}\text{C}$]	Magnetfeld- stärke B [T]	Steigung m_B [mV/A]	Hallkonstante R_H [$\text{m}^3/10^{11}\text{C}$]
24,4	19,286	4,821	0,2	0,211	6,440
50,0	40,655	4,960	0,4	0,342	5,212
75,1	61,964	5,033	0,6	0,531	5,402
100,1	82,440	5,024	0,8	0,673	5,134
125,4	107,798	5,244	1,0	0,865	5,279
150,3	122,321	4,964	1,2	1,020	5,183
			1,4	1,187	5,170

Daraus ergibt sich ein Mittelwert für die Hallkonstante $\rightarrow \overline{R_H} = 5,225 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{C}$

Bekanntermaßen gilt $R_H = \frac{1}{ne}$, womit sich mit der Elementarladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ die Konzentration der freien Ladungsträger n berechnen lässt. Wir bestimmten diese für unsere Gold-Sonde:

\rightarrow Konzentration der freien Ladungsträger $n_{\text{Au}} = 1,196 \cdot 10^{29} \text{ 1/m}^3$

Aus der Gesamtkonzentration freier Ladungsträger lässt sich die Zahl der freien Ladungsträger pro Goldatom berechnen. Es gilt: $\zeta_{Au} = \frac{n_{Au}}{N}$, wobei N die Zahl der Goldatome pro Volumen ist, welche sich aus $N = \frac{\rho_{Au}}{M_{Au}} \cdot N_A$ ergibt. Dabei ist $\rho_{Au} = 19,3 \frac{g}{cm^3}$ die Dichte von Gold, $M_{Au} = 197 \frac{g}{mol}$ die molare Masse von Gold und $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$ die Avogadro-Zahl. Es ergibt sich dann eine Konzentration an Goldatomen von $N = 5,88 \cdot 10^{28} \frac{1}{m^3}$, aus der eine Zahl freier Ladungsträger pro Atom folgt:

→ Zahl freier Ladungsträger pro Goldatom $\zeta_{Au} = 2,034$

Da Gold bekanntlich zweifach geladene Ionen bildet, liegt dieser Wert sehr nahe am Literaturwert und bestätigt unsere Messungen.

Aufgabe 2.2 – Widerstand einer Au-Hallsonde

Unsere Hallsonde besaß noch zwei weitere Anschlüsse. An diesen konnte die Spannung abgegriffen werden, die ganz normal aufgrund des elektrischen Widerstandes der Sonde über dieser abfiel. Mit dem Ziel eben jenen Widerstand zu berechnen, stellten wir erneut die bekannten Steuerstromstärken I_S ein und maßen für jede die SONDENSspannung U_r . Wir erhielten folgende Messwerte:

Steuerstrom I_S [mA]	SONDENSspannung U_r [mV]
25,5	59
50,2	117
75,5	176
100,3	235
125,2	292
150,0	350

Obwohl der Widerstand einer Metall-Hallsonde nicht vom Magnetfeld abhängen darf, testeten wir dies, indem wir für den letzten Wert des Steuerstromes zusätzlich ein Magnetfeld anlegten. Jedoch blieb die gemessene Spannung unverändert, unabhängig davon wie stark wir das Magnetfeld einstellten. Somit wurde unsere Vermutung bestätigt.

Trägt man nun die SONDENSspannung $U_r(I_S)$ in Abhängigkeit des Steuerstromes auf (Abb.5), so erkennt sofort den linearen Zusammenhang $U_r = R \cdot I_S$ wieder. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden lässt sich leicht der Widerstand R der Sonde berechnen.

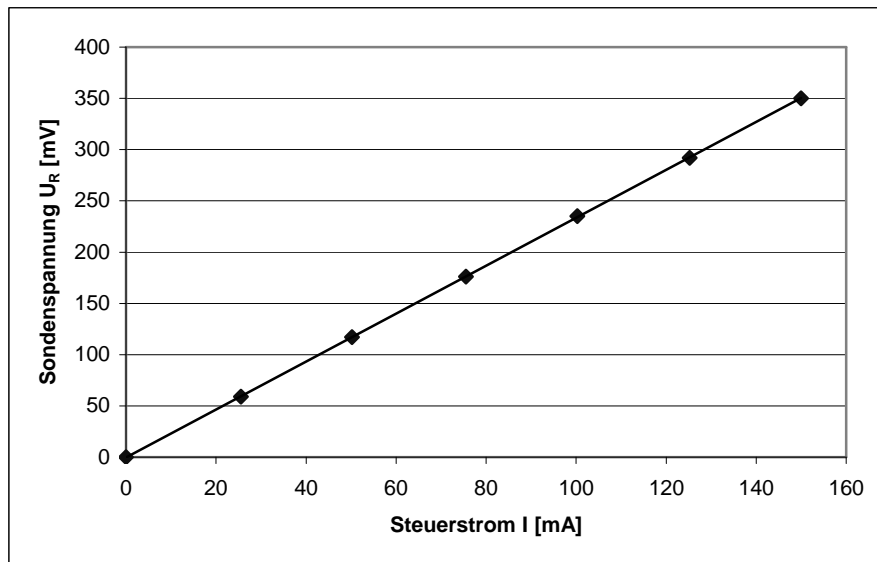


Abb.5: Sondenspannung über dem Steuerstrom

Mit den Daten aus Excel für die Geradensteigung der Regressionsgeraden fanden wir:

→ Widerstand der Sonde $R = 2,336 \Omega$

Kennt man den Widerstand der Sonde, so lässt sich auch ihre elektrische Leitfähigkeit berechnen. Es gilt:

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{I_s}{A} \frac{l}{U_r} = \frac{l}{R b d}$$

Wobei $l = 29 \text{ mm}$ der Abstand der Kontakte ist, zwischen denen die Spannung gemessen wird, $b = 9 \text{ mm}$ die Breite und $d = 61 \text{ nm}$ die Dicke der Goldschicht. Setzt man nun den zuvor bestimmten Sondenwiderstand ein, so erhält man:

→ Elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{Au} = 2,261 \cdot 10^7 \text{ } \Omega^{-1} \text{ m}$

Da die Elektronenbeweglichkeit μ über die Hallkonstante R_H eng mit der elektrischen Leitfähigkeit verknüpft ist, lässt sie sich ebenfalls für die Gold-Sonde berechnen. Es gilt:

$$\mu = \sigma R_H$$

Mit der in Versuch 2.1 bestimmten Hallkonstanten ergibt sich dann:

→ Elektronenbeweglichkeit $\mu_{Au} = 1,181 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{Vs}$

Aufgabe 3.1 – Messungen mit einer InAs-Hallsonde

In Aufgabe 3 führten wir nun an einer InAs-Hallsonde die gleichen Messungen wie in Aufgabe 2 durch. Anschließend bestimmten wir die selben Eigenschaften um anschließend einen Vergleich zwischen einer Metallhallsonde und einer Halbleiterhallsonde herstellen zu können.

Wie in Aufgabe 2.1 führten wir daher eine Messung der Hallspannung für verschiedene Steuerströme I_S und Magnetfelder B durch. Der elektrische Geometrieabgleich war hierbei nicht nötig, da die Sonde aus industrieller Fertigung stammt und daher die Fehlspannung der Sonde sehr klein war im Vergleich zur gemessenen Hallspannung.

Wir fanden dann folgende Messwerte der Hallspannung U_H [mV]:

		Magnetfeld B [T]						
		0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
Steuerstrom I_S [mA]	5,3	12	19	28	34,5	44	51	57
	10	22	36	53	66	82	94	107
	15	33	52	79	99	122	141	162
	20	45	71	107	131	164	188	216
	25	57	87	130	165	205	236	268

Auch hier trugen wir anschließend die Hallspannung in Abhängigkeit vom Steuerstrom $U_H(I_S)$ mit der Magnetfeldstärke als Parameter (Abb.7) ebenso auf, wie die Hallspannung in Abhängigkeit des Magnetfeldes $U_H(B)$ mit dem Steuerstrom als Parameter (Abb.6).

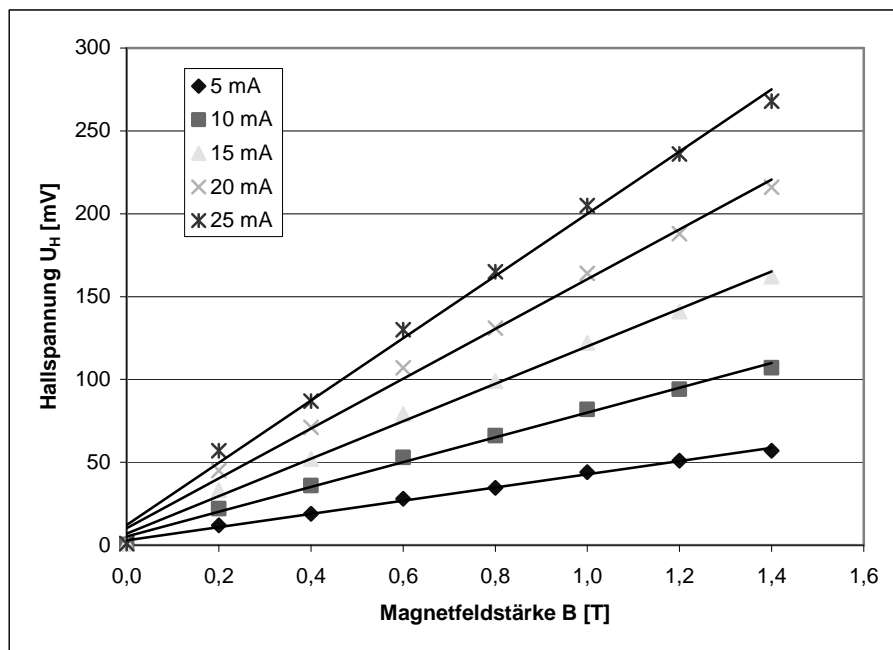


Abb.6: Hallspannung über der Magnetfeldstärke, mit Steuerstrom als Parameter

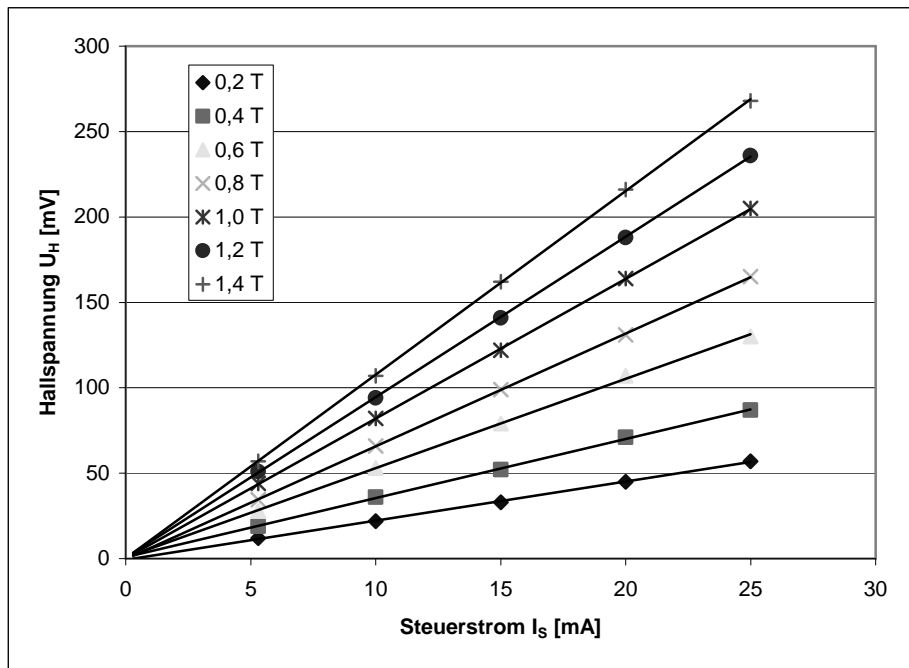


Abb.7: Hallspannung über dem Steuerstrom, mit Magnetfeldstärke als Parameter

Analog zu Versuch 2.1 ermittelten wir anhand der Sondendicke $d = 2,5\mu\text{m}$ und der Werte für die Geradensteigungen, welche uns Excel berechnete, die Hallkonstante.

Steuerstrom I_S [mA]	Steigung m_l [mV/T]	Hallkonstante R_H [$\text{m}^3/10^5\text{C}$]	Magnetfeld- stärke B [T]	Steigung m_B [V/A]	Hallkonstante R_H [$\text{m}^3/10^5\text{C}$]
5,3	39,938	1,883	0,2	2,288	2,860
10	74,833	1,870	0,4	3,461	2,163
15	113,083	1,884	0,6	5,222	2,175
20	150,262	1,878	0,8	6,599	2,062
25	187,720	1,877	1,0	8,179	2,044
			1,2	9,394	1,956
			1,4	10,749	1,919

Bei konstantem Magnetfeld ergibt sich hierbei ein Mittelwert der Hallkonstante von $\overline{R_H} = 1,879 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$. Es ist jedoch deutlich erkennbar, dass bei steigendem Magnetfeld die Hallkonstante abnimmt. Die Halbleiterhallsonde weist daher nicht die selben Proportionalitäten auf wie die Metallhallsonde. Es lässt sich folglich auch keine exakte Aussage über die Konzentration freier Ladungsträger treffen, da diese auch stets von der Stärke des anliegenden Magnetfeldes abhängt.

Wir ermittelten daher die Konzentration freier Ladungsträger exemplarisch für eine Magnetfeldstärke von 1T.

→ Konzentration der freien Ladungsträger $n_{InAs} = 3,05 \cdot 10^{23} \text{ } 1/\text{m}^3$

Entscheidend ist jedoch, und dies wird bei allen möglichen Magnetfeldstärken deutlich, dass die Zahl freier Ladungsträger im Halbleiter um sechs Größenordnungen geringer ist als bei der Metallsonde.

Aufgabe 3.2 – Widerstand einer InAs-Hallsonde

Die Messwerte für Aufgabe 3.2 wurden beim Versuchsaufbau für Aufgabe 3.1 mitgemessen. Wir nahmen dort parallel zur Hallspannung U_H [mV] die folgenden Messwerte der Steuerspannung U_S [mV] auf.

		Magnetfeld B [T]						
		0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
Steuerstrom I_S [mA]	5,3	180	191	202	217	240	257	274
	10	340	354	386	412	448	477	515
	15	507	530	577	620	672	718	772
	20	677	712	772	823	898	959	1033
	25	850	888	961	1031	1127	1203	1288

Trägt man nun die Steuerspannung U_S über dem Steuerstrom I_S auf, wobei die Magnetfeldstärke als Parameter gewählt wird, ergibt sich aus den Steigungen dieser linearen Verläufe der Widerstand $R(B)$. Die dafür von Excel berechneten Werte sind in der Tabelle dargestellt. Weiterhin berechneten wir analog zu Aufgabe 1.2 die relative Widerstandsänderung $dR(B)$.

Magnetfeldstärke B [T]	Widerstand $R(B)$ [Ω] der InAs-Hallsonde	Relative Widerstands- änderung $dR(B)$ [Ω]
0,0	32,895	0,000
0,2	33,948	0,032
0,4	35,468	0,078
0,6	38,541	0,172
0,8	41,274	0,255
1,0	45,023	0,369
1,2	48,061	0,461
1,4	51,539	0,567

Man erkennt deutlich (Abb.8), wie der Widerstand vom angelegten Magnetfeld abhängt, wie dies auch in Aufgabe 1.2 bei der Feldplatte der Fall war. Bei der Metallhallsonde in Aufgabe 2.2 hingegen war der Widerstand vom Magnetfeld unabhängig.

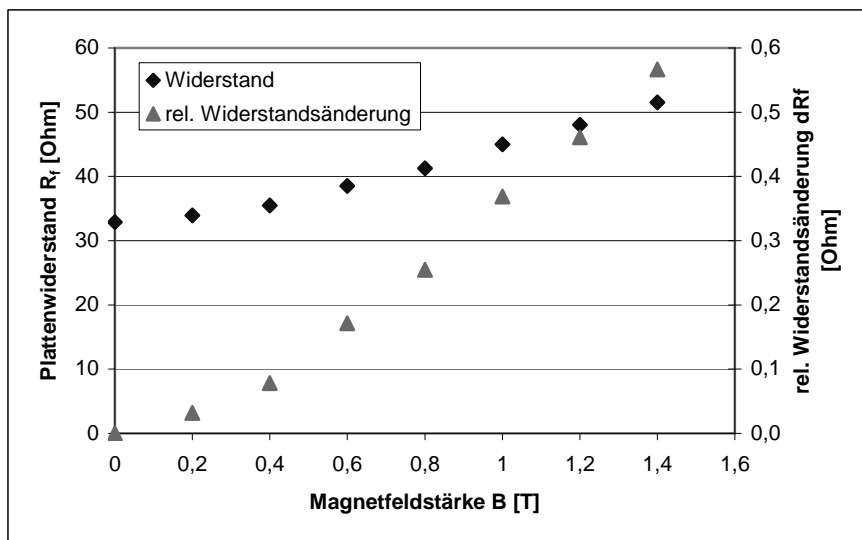


Abb.8: Plattenwiderstand und rel. Widerstandsänderung über Magnetfeldstärke

Anhand der Geometrie der Sonde $l = 29\text{ mm}$, $b = 9\text{ mm}$, $d = 61\text{ nm}$ ermittelten wir exemplarisch für die Magnetfeldstärke von 1 Tesla die elektrische Leitfähigkeit analog zu Aufgabe 2.2.

→ Elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{InAs} = 1,777 \cdot 10^4 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$

Woraus sich analog zu Aufgabe 2.2 exemplarisch die Elektronenbeweglichkeit für die Magnetfeldstärke von 1 Tesla bestimmen lässt.

→ Elektronenbeweglichkeit $\mu_{InAs} = 3,455 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2/\text{Vs}$

Wie bei der Konzentration freier Ladungsträger, ist der Vorfaktor hier nicht so entscheidend, sondern vielmehr die Tatsache, dass die elektrische Leitfähigkeit im Halbleiter um drei Größenordnungen geringer ist als in Metall.

Weiterhin fällt auf, dass die Elektronenbeweglichkeit im Halbleiter zwei Größenordnungen größer ist als im Metall. Dies rührt vor allem daher, dass die Zahl der Ladungsträger im Halbleiter geringer ist und es somit zu weniger Stößen zwischen den Ladungsträgern kommt und der einzelne Ladungsträger sich somit besser bewegen kann.