

Auswertung P1-83 – Ferromagnetische Hysterese

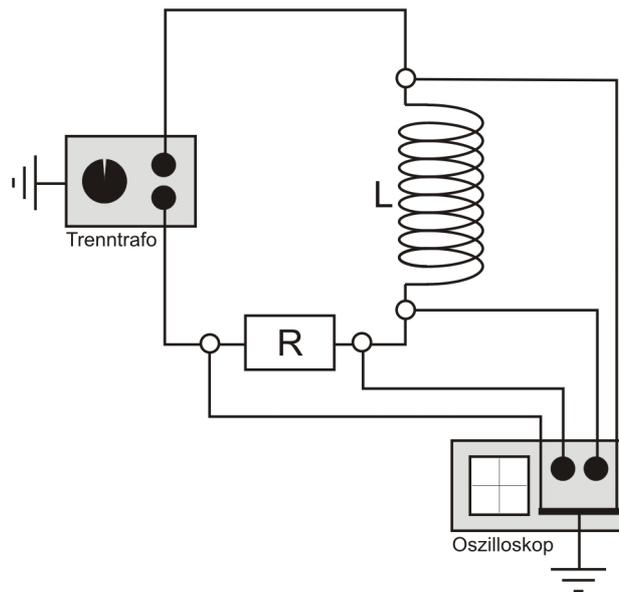
Michael Prim & Tobias Volkenandt

5. November 2005

Aufgabe 1.1 – Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

In diesem Versuch sollte die Spuleninduktivität L und der Verlustwiderstand R_L einer Spule mit $n=1000$ Windungen bestimmt werden.

Nach Aufbau der unten skizzierten Schaltung konnten wir die Spannung U_R über dem Widerstand $R=10\Omega$ abgreifen und die Spannung U_L über der Spule. Beide Spannungen wurden mit Hilfe eines Oszilloskops veranschaulicht, was uns das Ablesen der Spannungsmaxima \hat{U}_R und \hat{U}_L ermöglichte. Weiterhin konnten wir die Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen anhand des um Δt zeitlich verschobenen Nulldurchgangs bestimmen. Die komplette Messung wurde für zwei Stromstärken $I_{eff} = 302mA$ und $I_{eff} = 31mA$, bei einer Wechselstromfrequenz von $f = 50Hz$, durchgeführt.



	Messergebnisse	
	$I_{eff} = 302mA$	$I_{eff} = 31mA$
\hat{U}_R [V]	4	0,44
\hat{U}_L [V]	6	0,64
Δt [ms]	2,75	2,75

	Oszilloskopeinstellungen	
	$I_{eff} = 302mA$	$I_{eff} = 31mA$
\hat{U}_R	$2V/cm$	$0,2V/cm$
\hat{U}_L	$2V/cm$	$0,2V/cm$
Δt	$5ms/cm$	$5ms/cm$

Mit den folgenden, in der Vorbereitung hergeleiteten, Formeln können wir nun

- den Scheinwiderstand $|Z| = \frac{\hat{U}_L \cdot R}{\hat{U}_R}$
- die Phasenverschiebung $\varphi = 2\pi f \cdot \Delta t$
- den Verlustwiderstand $R_L = |Z| \cdot \cos \varphi$
- die Spuleninduktivität $L = \frac{|Z|}{\omega} \sin \varphi$

berechnen. Es ergeben sich folgende Werte:

	$I_{eff} = 302mA$	$I_{eff} = 31mA$
$Z [\Omega]$	15,000	14,545
φ	0,864	0,864
$R_L [\Omega]$	9,742	9,447
$L [mH]$	36,307	35,207

Man erkennt, dass keine der Größen von der angelegten Stromstärke abhängig ist. Die leichten Abweichungen sind primär darauf zurückzuführen, dass wir bei der zweiten Messung eine feinere Skala verwendet haben und daher die ermittelten Spannungen genauer sind. Dies war bei der ersten Messung aufgrund des großen Ausschlags nicht möglich.

Folglich ergeben sich die Mittelwerte $\bar{R}_L = 9,594\Omega$ und $\bar{L} = 35,756mH$.

Aufgabe 1.2 – Theoretische Berechnung von Induktivität und Drahtwiderstand einer Luftspule

Nachdem wir im letzten Versuch experimentell die Spuleninduktivität und den Verlustwiderstand bestimmt haben, sollen nun die Spuleninduktivität und der Drahtwiderstand aus den angegebenen Spulendaten bestimmt werden. Anschließend können wir die theoretischen Werte mit unseren experimentellen Werten vergleichen.

Wie in der Vorbereitung gezeigt, gilt für die Spuleninduktivität $L = \mu_0 \mu_r \frac{n^2 A_{Spule}}{l_{Spule}} k$ sowie für

den Drahtwiderstand $R_D = \rho_{Cu} \frac{l_{Draht}}{A_{Draht}}$. Der Korrekturfaktor k der Spuleninduktivität ist

notwendig, da es sich bei der Transformatorspule nicht um eine lange Spule handelt. Im vorliegenden Fall, wo das Verhältnis von Spulenaußenradius zu Spuleninnenradius etwa 1,5 beträgt, ergibt sich ein $k \approx 0,55$. Der spezifische Widerstand von Kupfer beträgt $\rho_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega m$ und findet sich in der Literatur. μ_r beträgt ≈ 1 da die Spule vollständig von Luft umschlossen ist. Die anderen Größen konnten dem Aufgabenblatt entnommen werden.

Somit ergeben sich folgende Werte für Spuleninduktivität und Drahtwiderstand:

$$L = 36,895mH \quad \text{und} \quad R_D = 9,432\Omega$$

Der Vergleich mit den experimentell bestimmten Werten zeigt eine Übereinstimmung der Spuleninduktivität. Weiterhin erkennt man, dass der Drahtwiderstand dem Verlustwiderstand der Spule gleich kommt.

Aufgabe 2.1 – Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Wir führten die selben Messungen wie in Aufgabe 1.1 durch. Hierbei verwendeten wir jedoch statt einer Luftspule eine Spule mit geschlossenem Eisenkern. Weiterhin wurden die Stromstärken $I_{eff} = 32mA$ und $I_{eff} = 10mA$ verwendet.

Bei der Messung von \hat{U}_L schalteten wir noch einen Vorwiderstand von $8,9M\Omega$ in Reihe vor den Oszilloskopeingang. Da sonst der Ausschlag am Oszilloskop zu stark gewesen wäre. Mit dem ohnehin im Oszilloskop vorhanden Innenwiderstand von $1M\Omega$ ergibt sich damit etwa ein Faktor 10 für die Dämpfung der tatsächlichen Spannung \hat{U}_L .

	Messergebnisse		Oszilloskopeinstellungen	
	$I_{eff} = 32mA$	$I_{eff} = 10mA$	$I_{eff} = 32mA$	$I_{eff} = 10mA$
\hat{U}_R [V]	0,4	0,15	$0,2V/cm$	$0,1V/cm$
\hat{U}_L [V]	80	13	$5V/cm$	$1V/cm$
Δt [ms]	2,75	4,00	$5ms/cm$	$5ms/cm$

Analog zur Aufgabe 1.1 können wir nun die folgenden Größen bestimmen:

	$I_{eff} = 32mA$	$I_{eff} = 10mA$
Z [Ω]	2000,000	866,667
φ	0,864	1,257
R_L [Ω]	1298,896	267,815
L [mH]	4,841	2,624

Man erkennt sehr deutlich, dass sowohl die Spuleninduktivität als auch der Verlustwiderstand sehr stark von der Stromstärke bzw. der daraus resultierenden Magnetfeldstärke abhängig sind. Weiterhin stellen wir fest, dass beide Größen um ein Vielfaches höher sind als bei der Luftspule.

Aufgabe 2.2 – Bestimmung der relativen Permeabilität von Eisen

Aus der in Aufgabe 2.1 gemessenen Spuleninduktivität L können wir nun die relative Permeabilität μ_r von Eisen bestimmen. Es gilt auch hier $L = \mu_0 \mu_r \frac{n^2 A_{Spule}}{l_{Spule}}$, wobei

- $l_{Spule} = l_{Eisen}$, mit $l_{Eisen} = 0,48m$ welches die mittlere Feldlinienlänge im Eisenkern beschreibt. Bei der Luftspule entsprach die mittlere Feldlinienlänge, im Luftraum innerhalb der Spule, der Spulenlänge.
- $A_{Spule} = A_{Eisen}$, mit $A_{Eisen} = 1,52 \cdot 10^{-3} m^2$ welches die Querschnittsfläche des Eisenkerns beschreibt.
- wir für L unseren zuvor bestimmten Mittelwert \bar{L} verwendeten.

Damit ergibt sich für die relative Permeabilität μ_r von Eisen:

Stromstärke I_{eff} [mA]	Permeabilität μ_r
10	1216,504
32	659,320

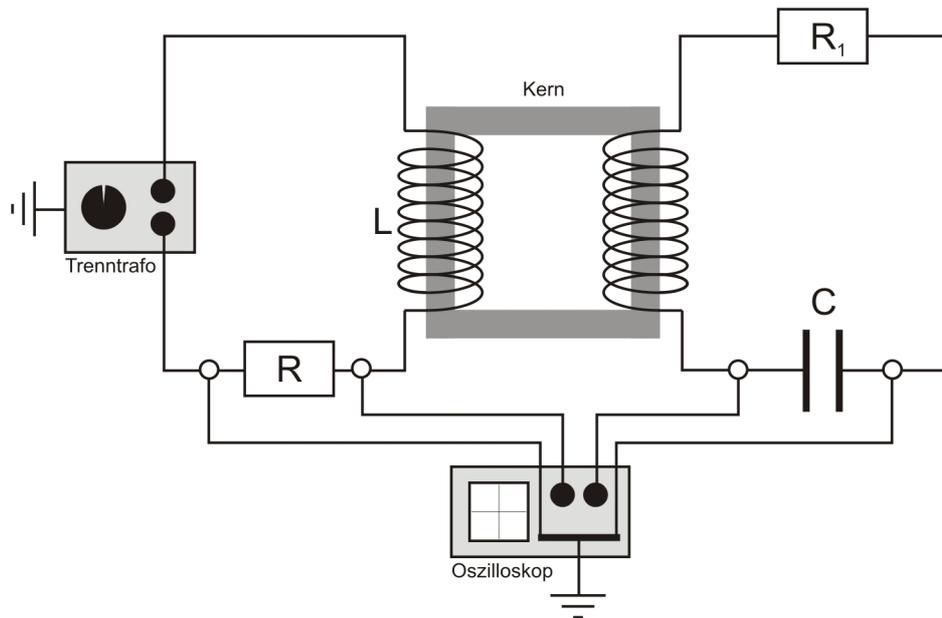
Laut Literatur liegt die relative Permeabilität von Eisen, in Abhängigkeit der Vorbehandlung des Materials, zwischen 500 und 10000.

Aufgabe 3.1 – Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste

In dieser Aufgabe sollte die Magnetisierungskurve bzw. Hysteresiskurve $B(H)$ des Eisenkerns dargestellt werden.

Nach Aufbau der unten skizzierten Schaltung konnten wir die Spannung U_R über dem Widerstand $R = 10\Omega$ abgreifen, welche uns als Maß für H dient. Weiterhin konnten wir im zweiten Stromkreis die Spannung U_C abgreifen, deren Integral uns als Maß für B dient. Als Integrator verwendeten wir hierbei ein sehr groß ($R_1 \cdot C \gg 1$) dimensioniertes RC-Glied. Beide Spannungen wurden anschließend wieder mit Hilfe des Oszilloskops veranschaulicht.

Die komplette Messung wurde für zwei Stromstärken $I_{eff} = 30mA$ und $I_{eff} = 10mA$, bei einer Wechselstromfrequenz von $f = 50Hz$, durchgeführt.



Die am Oszilloskop angezeigten Kurven, pausten wir mit Hilfe von Klarsichtfolien ab um später deren Integral zu bestimmen.

Die Originalkurven befinden sich beim Messprotokoll und wurden mit Tesafilm auf weißem Papier fixiert.

Aufgabe 3.2 – Eichen der Koordinatenachsen

Die Herleitung der Eichfaktoren wurde in der Vorbereitung gezeigt. Es gilt daher für die H-Achse:

$$H = \frac{n_1}{R \cdot l_{\text{Kern}}} U_R = E_H \cdot U_R \quad \text{mit Eichfaktor } E_H = 208,33 \frac{\text{A}}{\text{Vm}}$$

Weiterhin gilt für die B-Achse:

$$B = \frac{R_1 C}{n_2 A} U_C = E_B \cdot U_C \quad \text{mit Eichfaktor } E_B = 1,315 \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$$

Bei der B-Achse ist zu beachten, dass in der Vorbereitung ein Kondensator mit $10\mu\text{F}$ Kapazität zur Berechnung verwendet wurde. Dieser war zwar vorhanden, doch die dargestellte Kurve war sehr klein und somit ungeeignet. Daher verwendeten wir einen Kondensator mit nur $C = 1\mu\text{F}$. Daraus ergibt sich eine Abweichung des Eichfaktors E_B gegenüber der Vorbereitung um den Faktor 10.

Aufgabe 3.3 – Bestimmung des Intergrals $\oint B \cdot dH$

Zur Bestimmung des Intergrals schnitten wir die zuvor auf die Klarsichtfolie übertragenen Integrale aus und wogen sie mit einer Feinwaage. Durch Vergleichswiegung eines $1dm^2$ großen Klarsichtfolienstückes konnten wir die Fläche A_{Kurve} der Hysteresiskurven bestimmen. Diese stellt, wenn man sie mit den Eichfaktoren $E_{B/H}$ und Skaleneinstellungen $s_{B/H}$ des Oszilloskops multipliziert, die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen und Umlauf dar. Es gilt also:

$$\frac{W_{mag}}{V} = \oint B \cdot dH = A_{Kurve} E_B E_H s_B s_H$$

Wir fanden folgende Ergebnisse:

Stromstärke I_{eff} [mA]	Gewicht der Kurve m [g]	Fläche A [cm ²]	Ummagnetisierungsarbeit $\frac{W_{mag}}{V}$ [J/m ³]
10	0,0919	8,8382	1,2106
30	0,0877	8,4465	23,1395

Kennt man die Ummagnetisierungsarbeit, so kann man leicht die Verlustleistung und den Verlustwiderstand berechnen. Hierbei gilt es zu beachten, dass die eben berechnete Arbeit eine Arbeit pro Volumen ist. Daher muss noch mit dem Volumen multipliziert werden, wobei hier das Volumen des Spulenkerns relevant ist, da in diesem nahezu alle Feldlinien verlaufen.

$$P_{mag} = \frac{W_{mag}}{V} \frac{V}{T} = \frac{W_{mag}}{V} f V = \frac{W_{mag}}{V} f A_{Kern} l_{Kern} \quad \text{und} \quad R_L = \frac{P_{mag}}{I^2}$$

Wir erhielten damit folgende Werte:

Stromstärke I_{eff} [mA]	Verlustleistung P_{mag} [W]	Verlustwiderstand R_L [Ω]
10	0,0442	441,9302
30	0,8447	938,5388

Aufgabe 3.4 – Bestimmung der Permeabilität

Um die Wechselfeldpermeabilität μ_r des Eisenkerns zu bestimmen, lesen wir aus den Hysteresiskurven wieder unter Beachtung der Eichfaktoren und Oszilloskopeinstellungen Wertepaare (B, H) an den Umkehrpunkten ab. Es gilt dann folgende Beziehung, die wir nach μ_r auflösen:

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad \rightarrow \quad \mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

Die folgenden Werte wurden aus der Hysteresiskurve abgelesen und bereits mit den Oszilloskopeinstellungen verrechnet:

Stromstärke I_{eff} [mA]	B [T]	H [A/m]
10	0,0316	44,270
30	0,158	102,082

Wir finden dann:

Stromstärke I_{eff} [mA]	Permeabilität μ_r
10	567,305
30	1230,125

Aufgabe 3.5 – Vergleich der Ergebnisse

Vergleicht man die Ergebnisse dieses Versuchs mit jenen aus Versuch 1, so erkennt man, dass insbesondere die Permeabilität μ_r im Rahmen der Messungenauigkeit gut übereinstimmt.

Der Verlustwiderstand aus diesem Versuch stimmt zwar in der Größenordnung mit dem in Versuch 2 gemessenen überein, zeigt aber auch wenn man den Drahtwiderstand aus Versuch 1 hinzuzählt nicht ganz denselben Wert. Die Differenz wird hauptsächlich auf Verluste durch Wirbelströme zurückgeführt, die in unserer Messung nicht erfasst wurden.

Man kann dies auch erkennen, wenn man die Summe aus der magnetischen Verlustleistung P_{mag} und Ohmscher Verlustleistung $P_{Ohm} = R_L \cdot I_{eff}^2$, wobei $R_L = 9,594\Omega$ der in Aufgabe 1 bestimmte Drahtwiderstand ist, bildet.

Führt man dies exemplarisch für $I_{eff} = 30mA$ durch, ergibt sich eine Gesamtverlustleistung

$$P_{ges-v} = P_{mag} + R_L \cdot I_{eff}^2 = 0,8533W .$$

Betrachtet man nun exemplarisch die gesamte elektrische Leistung der Spule $P_{ges} = U_{L-eff} \cdot I_{eff}$, welche wir aus den Messdaten in Aufgabe 2 bestimmen können, so ergibt

$$\text{sich hier eine Gesamtleistung von } P_{ges} = \frac{\hat{U}_L}{\sqrt{2}} \cdot I_{eff} = 1,6971W .$$

Die in Aufgabe 2 angelegte Stromstärke von $I_{eff} = 32mA$, kann für diesen Vergleich der Stromstärke $I_{eff} = 30mA$ in Aufgabe 3 näherungsweise gleichgesetzt werden.

Die Differenz $P_{Wirbel} = P_{ges} - P_{ges-v} = 0,8437W$, ist die Leistung, welche für die Erzeugung von Wirbelströmen aufgewandt wird.

Aufgabe 4.1 – Hysteresiskurven von Eisen und Ferrit

Unter Verwendung des grundlegenden Aufbaus aus Versuch 3 nahmen wir auf dieselbe Weise erneut Hysteresiskurven auf. Wir verwendeten dabei jedoch zuerst eine Spule mit nur $n = 500$ Windungen, die einen Eisenkern hatte, bei einer Stromstärke $I_{eff} = 300mA$. Anschließend ersetzen wir diese durch eine Spule mit Ferrit-Kern, die $n = 500$ Windungen besaß und von einem Strom $I_{eff} = 20mA$ durchflossen wurde. Die Messinstrumente und Integrationsglieder blieben dieselben wie im vorhergehenden Versuch. Allerdings galten nun, da sich die Spulenparameter geändert hatten, andere Eichfaktoren. Wie in der Vorbereitung (unter Beachtung des um einen Faktor 10 kleiner dimensionierten Kondensators) berechnet betragen diese:

Eisen-Kern	$E_H = 104,17 \text{ A/m}$	$E_B = 1,315 \text{ s/m}^2$
Ferrit-Kern	$E_H = 476,19 \text{ A/m}$	$E_B = 3,20 \text{ s/m}^2$

Wie bereits in Versuch 3 pausten wir die Oszilloskop-Kurven auf Klarsichtfolie ab und bestimmten mittels der „Ausschneiden-und-Wiegen“-Methode ihre Fläche sowie die dementsprechende Ummagnetisierungsarbeit.

	Gewicht der Kurve m [g]	Fläche A [cm ²]	Ummagnetisierungsarbeit $\frac{W_{mag}}{V}$ [J/m ³]
Eisen-Kern	0,0477	4,5874	628,4012
Ferrit-Kern	0,0187	1,7984	13,7023

Mit den Formeln aus dem vorherigen Versuch konnten wir wieder die Verlustleistung und den Verlustwiderstand bestimmen.

	Verlustleistung P_{mag} [W]	Verlustwiderstand R_L [Ω]
Eisen-Kern	22,9392	254,8795
Ferrit-Kern	0,0450	112,4013

Aus den Kurven konnten wir schließlich auch die Remanenz, Koerzitivkraft und Sättigungsinduktion ablesen.

	Remanenz B_R [T]	Koerzitivkraft H_K [A/m]	Sättigungsinduktion B_S [T]
Eisen-Kern	0,7068	156,2550	1,052
Ferrit-Kern	0,0560	19,0476	0,264

Man erkennt an diesen Ergebnissen sehr gut, dass der Ferrit-Kern für Spulen höher Güte besser geeignet ist, da seine Wirbelstromverluste deutlich geringer sind und seine Hysteresiskurve schmaler verläuft. Kommt es jedoch auf eine hohe Sättigungsinduktion an, ist der Eisen-Kern die bessere Wahl.