

Photowiderstand

Michael Prim, Tobias Volkenandt

Gruppe 37

21. Mai 2007

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Theoretische Grundlagen	2
2.1 Das Bändermodell	2
2.2 Generation und Rekombination von Ladungsträgern	3
2.2.1 Lineare Rekombination	4
2.2.2 Quadratische Rekombination	5
2.3 Intensitätsabhängigkeit der Photoleitfähigkeit	5
2.4 Frequenzabhängigkeit der Photoleitfähigkeit	6
2.5 Konstanter Photonenstrom	7
3 Experimenteller Aufbau und Versuchsdurchführung	8
3.1 Aufgabe 1 - Strom-Spannungs-Kennlinie des Photowiderstands	8
3.2 Aufgabe 2 - Intensitätsabhängigkeit der Leitfähigkeit	8
3.3 Aufgabe 3 - Wellenlängenabhängigkeit der Leitfähigkeit	9
3.4 Aufgabe 4 - Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit	9
4 Versuchsauswertung	12
4.1 Aufgabe 1 - Strom-Spannungs-Kennlinie des Photowiderstands	12
4.2 Aufgabe 2 - Intensitätsabhängigkeit der Leitfähigkeit	13
4.3 Aufgabe 3 - Wellenlängenabhängigkeit der Leitfähigkeit	14
4.4 Aufgabe 4 - Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit	15

1 Ziel des Versuchs

Bei diesem Versuch geht es darum, die lichtabhängige Leitfähigkeit eines Halbleiters zu untersuchen. Dabei wird gesondert auf die Frequenz- und Intensitätsabhängigkeit des einfallenden Lichtes eingegangen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Das Bändermodell

Mit dem Potentialtopfmodell lassen sich wichtige Aspekte eines Festkörpers (wie z.B. Energielücken) nicht ausreichend beschreiben. Mit dem Bändermodell wird eine umfassende Beschreibung der Strukturen innerhalb eines Festkörpers möglich.

Im Gegensatz zum Potentialtopfmodell, in dem alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt sind, gibt es im Bändermodell Energiebereiche in denen keine stationären Elektronenzustände existieren. Diese werden Energielücken bzw. verbotenen Zonen genannt. Die Bereiche in denen Zustände existieren werden Energiebänder genannt. Diese Bezeichnung rührt daher, dass die Energiedifferenz zwischen den Zuständen eines solchen Bereiches so klein ist, dass näherungsweise von einem kontinuierlichen Verlauf, einem Band, gesprochen werden kann.

In einem Festkörper können viele Bänder existieren, wobei für uns vor allem zwei Bänder von Bedeutung sind: das Valenz- und das Leitungsband. Das Valenzband ist das oberste vollständig besetzte Band, bei $T=0\text{K}$. Das Leitungsband das niedrigste nur teilweise besetzte Band. Wir können die anderen Bänder in unserer Betrachtung vernachlässigen, da leere und vollständig besetzte Bänder nicht zum Ladungstransport beitragen. In einem leeren Band existieren keine freien Elektronen und in einem voll besetzten Band sind alle Elektronen fest gebunden. Die Leitfähigkeit eines Festkörpers hängt daher maßgeblich von der Besetzung des Leitungsbandes ab. Durch Anregung können Elektronen aus dem Valenzband über die Energielücke in das Leitungsband gehoben werden und dort zur Leitung beitragen.

Durch die Anregung entsteht im Valenzband ein unbesetzter Zustand im ansonsten vollständig gefüllten Band, dessen Eigenschaften (Spin, Impuls und Ladung) entgegengesetzt zu denen des fehlenden Elektrons sind. Man spricht dann von einem positiven Loch bzw. Defektelektron. Eine solche positive Ladung trägt ebenfalls zur Leitung bei. Dieser Vorgang wird als Löcherleitung bezeichnet.

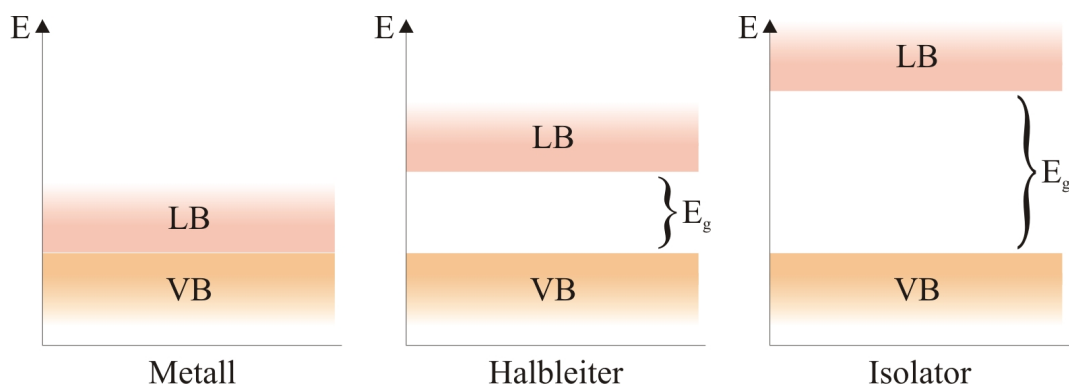


Abbildung 1: Bändermodell für verschiedene Typen von Festkörpern

Es muss nicht notwendigerweise eine Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband existieren. Es ist durchaus möglich, dass sie fließend ineinander übergehen oder sich überlappen. Eben diese unterschiedliche Ausprägung der Energielücke erlaubt es, zwischen Metallen, Isolatoren und Halbleitern zu unterscheiden. Existiert keine Energielücke handelt es sich um ein Metall. Ist die Energielücke $E_g > 4eV$ spricht man von einem Isolator. Liegt sie dazwischen, $0eV \leq E_g \leq 4eV$, so handelt es sich um einen Halbleiter. Die Grenzen zwischen Halbleiter und Isolator sind fließend. So ist beispielsweise Diamant mit $E_g \approx 5,5eV$ immer noch ein typischer Halbleiter. Innerhalb der Halbleiter unterscheidet man die folgenden drei Typen:

- schmallückige Halbleiter: $E_g < 0,5eV$
- normale Halbleiter: $0,5eV \leq E_g \leq 2eV$
- breitlückige Halbleiter: $E_g > 2eV$

2.2 Generation und Rekombination von Ladungsträgern

Bei einer Temperatur von $T=0K$ sind wie oben erwähnt alle Zustände bis zur Fermi-Energie besetzt. Für eine gegebene Temperatur T stellt sich ein Gleichgewicht von unbesetzten Zuständen im Valenzband und besetzten im Leitungsband gemäß der Fermi-Dirac-Verteilung ein. In diesem Fall ist die Konzentration der Elektronen im Leitungsband gleich der Konzentration der Löcher im Valenzband. Man spricht daher von der Gleichgewichtsladungsträgerkonzentration n_0 bzw. p_0 . Für die Leitfähigkeit des Halbleiters gilt in diesem Fall:

$$\sigma_0 = e(\mu_n n_0 + \mu_p p_0)$$

Wobei μ_n bzw. μ_p die Beweglichkeit der Elektronen bzw. Löcher darstellt. Diese wird durch Wechselwirkung mit dem Kristallgitter oder Defektstellen beeinflusst. Im Rahmen des Versuchs sollen diese Einflüsse jedoch nicht näher berücksichtigt werden.

Durch Belichtung des Halbleiters können bei ausreichender Energie der Photonen Elektronen aus dem Valenzband über die Energielücke ins Leitungsband gehoben werden, wobei gleichzeitig ein Loch im Valenzband zurück bleibt. Die so entstehenden zusätzlichen Ladungsträger Δn und Δp bezeichnet man als Überschussladungsträger. Für die Gesamtladungsträgerkonzentration ergibt sich somit:

$$n = n_0 + \Delta n$$

$$p = p_0 + \Delta p$$

Die Überschussladungsträger unterscheiden sich nicht von den Gleichgewichtsladungsträgern und haben insbesondere die selbe Beweglichkeit. Womit für die Gesamtleitfähigkeit gilt:

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma = \sigma_0 + e(\mu_n \Delta n + \mu_p \Delta p)$$

Die Absorption von Licht der Intensität I im Halbleiter lässt sich mit dem Lambert-Beer'schen Gesetz beschreiben:

$$-dI = I\kappa dx \quad \Rightarrow \quad I = I_0 \cdot e^{-\kappa x}$$

Wobei κ der Lichtabsorptionskoeffizient ist. Die pro Zeit und Volumen absorbierte Energie ist dann κI . Die absorbierte Energie führt zur Anregung, womit die Zahl der Überschussladungsträger pro Zeit proportional zu κI ist.

$$\frac{d}{dt}\Delta n = \frac{d}{dt}\Delta p = \beta\kappa I$$

Dabei wird der Proportionalitätsfaktor β als Quantenausbeute bezeichnet und gibt an, wie viel Überschussladungsträgerpaare pro absorbiertes Photon erzeugt werden. Im Allgemeinen ist $\beta < 1$. Die Anzahl der Überschussladungsträger kann jedoch nicht unbegrenzt ansteigen. Bei konstanter Beleuchtung stellt sich eine Sättigung ein. Dies resultiert daraus, dass die Überschussladungsträger nach einer gewissen Zeit mit den vorhandenen Löchern rekombinieren. Diese Zeitspanne wird als Lebensdauer τ bezeichnet. Somit ergibt sich für die stationäre Anzahl der Überschussladungsträger:

$$\begin{aligned}\Delta n_{stat} &= \beta\kappa I\tau_n \\ \Delta p_{stat} &= \beta\kappa I\tau_p\end{aligned}$$

Diese Sättigung wird erst nach einer gewissen Zeit erreicht. Der Verlauf wird beschrieben durch das Verhältnis von aktueller Überschussladungsträgerzahl Δn und Sättigungswert Δn_{stat} . Zur Beschreibung von Δn gibt es zwei Ansätze.

2.2.1 Lineare Rekombination

Der Ansatz der linearen Rekombination geht davon aus, dass die zeitliche Änderung der Überschussladungsträger proportional zu deren Anzahl ist. Dies ist eine gute Näherung wenn die Anzahl der Löcher sehr groß und praktisch unabhängig von der Beleuchtung ist ($\Delta n = \Delta p \ll n = p$). Da die Lebensdauer τ eines Elektrons von der Anzahl der Rekombinationsmöglichkeiten, also der Zahl der Löcher, abhängt, kann sie in diesem Fall ($p \approx p + \Delta p$), als näherungsweise konstant betrachtet werden. Die Anzahl der Überschussladungsträger lässt sich dann durch folgende Differentialgleichung beschreiben:

$$\frac{d}{dt}\Delta n = \beta\kappa I - \frac{\Delta n}{\tau}$$

Dabei gibt der erste Term die Anzahl der pro Zeiteinheit entstehenden Überschusselektronen an, während der zweite Term die Anzahl der rekombinierenden Elektronen pro Zeiteinheit beschreibt. Die Gleichung wird gelöst durch:

$$\Delta n_{Licht} = \tau\beta\kappa I(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Nach einiger Zeit stellt sich die stationäre Überschussladungsträgerdichte ein:

$$\Delta n_{stat} = \tau\beta\kappa I$$

Wird nun das Licht abgeschaltet, so geht die Differentialgleichung über in:

$$\frac{d}{dt}\Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau}$$

Diese Gleichung wird durch eine abklingende Exponentialfunktion gelöst, wobei sinnvollerweise $\tau\beta\kappa I$ als Maximalwert zu Beginn des Abklingprozesses angenommen wird.

$$\Delta n_{Dunkel} = \tau\beta\kappa I e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2.2.2 Quadratische Rekombination

Beim Ansatz der quadratischen Rekombination hängt die zeitliche Änderung der Überschussladungsträger quadratisch von deren Anzahl ab. Dies ist eine gute Näherung, wenn die Anzahl der Gleichgewichtsladungsträger sehr klein ist ($\Delta n = \Delta p \gg n = p$). Da die Anzahl der Löcher nun variabel ist, folgt für die Lebensdauer $\tau \propto \frac{1}{\Delta p}$, dass diese nicht länger als konstant betrachtet werden kann. Die Anzahl der Überschussladungsträger lässt sich dann durch folgende Differentialgleichung beschreiben:

$$\frac{d}{dt}\Delta n = \beta\kappa I - \gamma(\Delta n)^2$$

Wobei der erste Term wieder die Anzahl der pro Zeiteinheit entstehenden Überschusselektronen angibt und der zweite Term die Anzahl der rekombinierenden Elektronen pro Zeiteinheit beschreibt. Dabei wird berücksichtigt, dass die Lebensdauer von der Überschusselektronenzahl abhängt. Etwasige Faktoren werden im Rekombinationskoeffizient γ zusammengefasst. Die Differentialgleichung wird gelöst durch:

$$\Delta n_{\text{Licht}} = \sqrt{\frac{\beta\kappa I}{\gamma}} \tanh(t \sqrt{\gamma\beta\kappa I})$$

Nach einiger Zeit stellt sich die stationäre Überschussladungsträgerdichte ein:

$$\Delta n_{\text{stat}} = \sqrt{\frac{\beta\kappa I}{\gamma}}$$

Wird nun das Licht abgeschaltet, geht die Differentialgleichung über in:

$$\frac{d}{dt}\Delta n = -\gamma(\Delta n)^2$$

Welche durch eine Hyperbelfunktion gelöst wird, wobei auch hier $\sqrt{\frac{\beta\kappa I}{\gamma}}$ als Maximalwert zu Beginn des Abklingprozesses sinnvoll ist:

$$\Delta n_{\text{Dunkel}} = \sqrt{\frac{\beta\kappa I}{\gamma}} \frac{1}{t \sqrt{\gamma\beta\kappa I} + 1}$$

Bei der quadratischen Rekombination erscheint der Begriff der Lebensdauer ohne Sinn, da diese keine konstante Größe mehr darstellt. Die Lebensdauer ergibt sich jedoch zu $\tau = \frac{1}{\gamma\Delta p}$, womit sie nur für einen genau definierten Zeitpunkt mit zugehöriger Anzahl an Überschussladungsträgern eine Bedeutung hat.

2.3 Intensitätsabhängigkeit der Photoleitfähigkeit

Einen wesentlichen Einfluss auf die Photoleitfähigkeit hat die Art der Rekombination, wobei beim CdS-Halbleiter quadratische Rekombination vorliegt. Damit folgt für die Leitfähigkeit, wenn die Beweglichkeiten von Elektronen und Löchern identisch sind:

$$\sigma = 2e\mu \sqrt{\frac{\beta\kappa I}{\gamma}} \propto \sqrt{I}$$

Diese Relation gilt, wenn die Photonenenergie größer als die Bandlücke ist. Die Quantenausbeute β ist im Sättigungsfall näherungsweise konstant. Für den Fall, dass die Photonenenergie geringer

als die Bandlücke ist, sinkt die Quantenausbeute rapide, womit sich für die Leitfähigkeit eine Proportionalität zu $\sqrt{\beta}\sqrt{I}$ ergibt.

Ist die Photonenenergie sehr viel größer als die Bandlücke, verhindern Oberflächeneffekte, dass die Photonen tiefer in den Kristall eindringen. Sie werden nahezu vollständig an der Oberfläche absorbiert. Dort rekombinieren sie jedoch aufgrund der gestörten Periodizität des Kristallgitters schneller und tragen somit nicht zur Leitfähigkeit bei.

2.4 Frequenzabhängigkeit der Photoleitfähigkeit

In den bisherigen Betrachtungen wurde stets eine konstante Beleuchtung des Halbleiters angenommen. Wird die Intensität des Lichtes jedoch moduliert, ändert sich der Photostrom $j_Q(t)$, da er proportional zur zeitabhängigen Elektronendichte $n_e(t)$ ist:

$$j_Q(t) = en_e(t)\mu_e E$$

Die Elektronendichte muss hierbei die Kontinuitätsgleichung der Elektronen erfüllen.

$$\frac{\partial}{\partial t}n_e(t) = G_e - R_e - \nabla j_e$$

Dabei ist G_e die Generations- und R_e die Rekombinationsrate der Elektronen. Die Generationsrate wird dabei durch die modulierte Beleuchtung vorgegeben:

$$G_e = G_0 + \Delta G \cdot e^{i\omega t}$$

Unter der Annahme, dass die Generationsrate homogen ist, folgt dass auch der Strom homogen ist und somit $\nabla j_e = 0$. Da die Photoleitfähigkeit nicht linear von der Bestrahlungsstärke abhängt, folgt dass auch die Rekombinationsrate nicht linear von n_e abhängt. Für kleine Wechselamplituden der Elektronendichte bei gleichzeitig großer mittlerer Anzahl n_0 kann sie jedoch entwickelt werden:

$$R_e = R_0 + \frac{dR_e}{dn_e}\Delta n(t) = \frac{n_0}{\tau_0} + \frac{\Delta n(t)}{\tau_e}$$

Die Lebensdauer τ_e ist dabei die der von ΔG erzeugten Elektronen. Im Experiment erzeugen wir die kleine Wechselamplitude Δn durch eine kleine Modulation der Bestrahlungsstärke so, dass $\Delta G \ll G_0$. In diesem Fall kann die Elektronendichte als Summe aus einem Gleichanteil n_0 und einem kleinen Wechselanteil $\Delta n(t)$, der sinusförmig mit der Frequenz ω variiert, angesetzt werden. Der Wechselanteil ist gegenüber der Generation phasenverschoben, da die Elektronen normalerweise erst nach ihrer Lebensdauer τ_e rekombinieren. Als Ansatz zur Lösung der Kontinuitätsgleichung folgt:

$$n_e(t) = n_0 + \Delta n(t) = n_0 + Ae^{i(\omega t + \varphi)}$$

Setzt man diesen Ansatz, sowie die Rekombinations- und die Generationsrate in die Kontinuitätsgleichung ein, so erhält man nach Umformung und Koeffizientenvergleich die zeitunabhängige Elektronendichte $n_0 = G_0\tau_0$ ebenso wie deren zeitabhängigen Anteil:

$$\Delta n(t) = \frac{\Delta G\tau_e}{1 + i\omega\tau_e}e^{i\omega t}$$

Die zeitabhängige Elektronendichte ist komplex, wobei für den Betrag gilt:

$$|\Delta n| = \frac{\Delta G\tau_e}{1 + \omega^2\tau_e^2}$$

Für die Phasenverschiebung gegenüber der Anregung ergibt sich dann:

$$\tan \varphi = \frac{\operatorname{Im}(\Delta n)}{\operatorname{Re}(\Delta n)} = -\omega\tau_e$$

2.5 Konstanter Photonenstrom

Im Rahmen der Aufgabe 3 soll eine konstante Intensität I_{const} eingestellt werden. Dabei wird eine Lampe mit kontinuierlichem Spektrum verwendet, deren Intensität $\frac{dI_E}{d\lambda}$ abhängig von der ausgewählten Wellenlänge λ ist. Die Auswahl der Wellenlänge erfolgt über einen keilförmigen Interferenzfilter. Weiterhin werden zwei Polarisationsfilter eingebracht, um die je nach Wellenlänge unterschiedlichen Intensitäten zu kompensieren. Diese verringern die Intensität zum einen konstant durch ihren gemeinsamen Transmissionskoeffizient $T(\lambda)$ und zum anderen variabel durch ihren Winkel $\cos \theta$ zueinander. Dieser geht jedoch quadratisch ein, da die Filter direkt auf den Feldvektor wirken, die Intensität aber quadratisch von diesem abhängt. Damit ergibt sich insgesamt:

$$I = \frac{dI_E}{d\lambda} \lambda T(\lambda) \cos^2 \theta$$

Wir legen $I_{const}(\lambda_{Eich}, \theta_{Eich})$ mit einer bestimmte Wellenlänge λ_{Eich} und einem zugehörigen Winkel θ_{Eich} fest und bestimmen gemäß der obigen Beziehung den einzustellende Winkel relativ zu θ_{Eich} für eine andere Wellenlänge:

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{I_{const}}{\frac{dI_E}{d\lambda} \lambda T(\lambda)}}$$

Aus praktischen Überlegungen ist es sinnvoll den Eichwinkel $\theta_{Eich} = 0^\circ$ und die Eichwellenlänge λ_{Eich} klein zu wählen. So liegt bei paralleler Filterstellung keine zu hohe Intensität vor und alle weiteren können auf diese herabgeregelt werden.

3 Experimenteller Aufbau und Versuchsdurchführung

3.1 Aufgabe 1 - Strom-Spannungs-Kennlinie des Photowiderstands

Im ersten Versuch sollte die Strom-Spannungs-Kennlinie des Photowiderstands unter verschiedenen Beleuchtungsbedingungen gemessen werden. Wir führten die Messung einmal bei abgedunkeltem Photowiderstand und einmal bei normalem Raumlicht durch. Des weiteren nahmen wir die Kennlinie für zwei konkrete Wellenlängen auf. Dazu beleuchteten wir den Photowiderstand mit dem fokussierten Licht einer Halogenlampe. Zur Auswahl der Wellenlänge schalteten wir Interferenzfilter dazwischen. So konnten wir die Kennlinie für Licht der Wellenlängen 549nm und 647nm aufnehmen. Für die Messung an sich legten wir Spannungen zwischen $1 - 10\text{V}$ an den Photowiderstand an und maßen die Spannung die über einem in Reihe geschalteten Referenzwiderstand von 560Ω abfiel. Daraus können wir die Stromwerte berechnen und erhalten die Strom-Spannungs-Kennlinien. Der Aufbau ist in Abbildung 2 dargestellt.

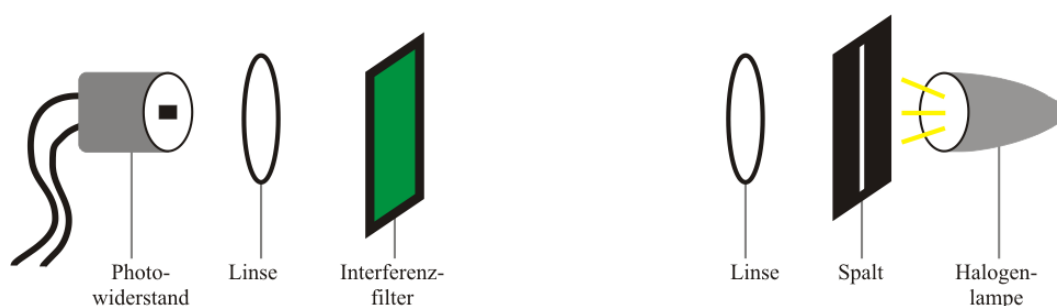


Abbildung 2: Versuchsaufbau für Aufgabe 1

3.2 Aufgabe 2 - Intensitätsabhängigkeit der Leitfähigkeit

Im zweiten Versuch sollte die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Beleuchtungsintensität untersucht werden. Wir wählten daher für den Versuch eine konstante Wellenlänge von 549nm und variierten die Intensität. Dies realisierten wir über zwei Polarisationsfilter im Strahlengang. Der erste legte die Polarisation in einer Richtung fest, während der zweite relativ zum ersten gedreht werden konnte und so die Intensität verringerte (siehe Abbildung 3). Wir führten die Messung drei Mal durch und legten dabei die konstanten Spannungen von 3V , 6V und 9V an den Photowiderstand an. Wieder maßen wir über den Referenzwiderstand indirekt den Strom. Der Winkel zwischen den Polarisationsfiltern wurde von uns zwischen 0° und 90° variiert.

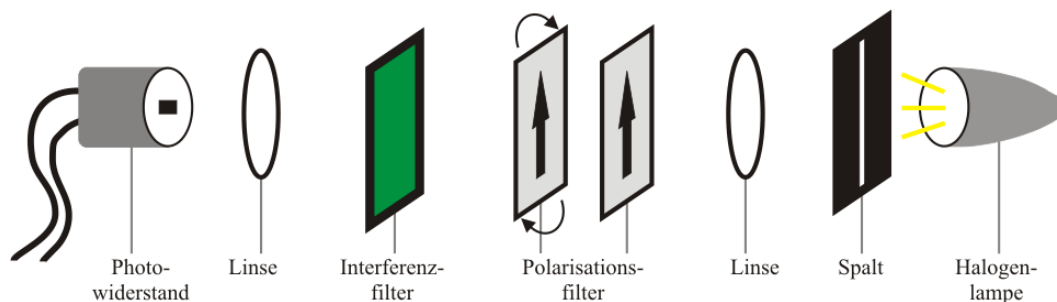


Abbildung 3: Versuchsaufbau für Aufgabe 2 mit Polarisationsfiltern

3.3 Aufgabe 3 - Wellenlängenabhängigkeit der Leitfähigkeit

Nun sollte die Anhängigkeit der Leitfähigkeit von der Wellenlänge untersucht werden. Um eine bestimmte Wellenlänge aus dem Spektrum der Halogenlampe herauszufiltern verwendeten wir einen keilförmigen Interferenzfilter (siehe Abbildung 4). Da dieser keilförmig ist, ist er für das Licht unterschiedlich dick, je nachdem an welchem Punkt man ihn beleuchtet. Durch Interferenz (ähnlich wie bei einem Fabry-Perot-Interferometer) wird dann an einem Ort jeweils nur eine Wellenlänge durchgelassen.

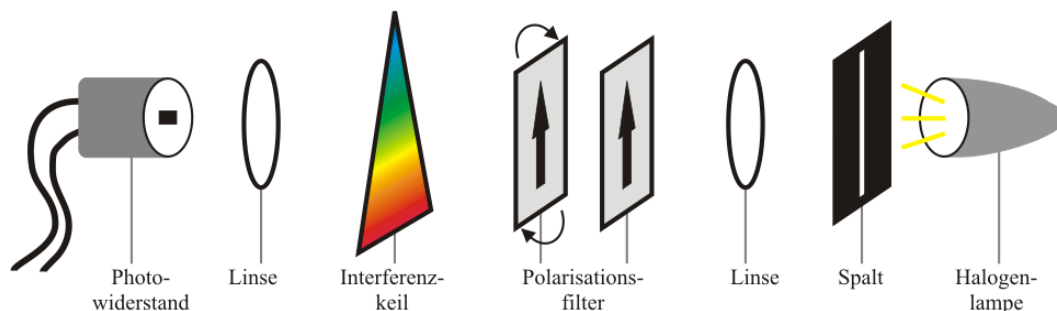


Abbildung 4: Versuchsaufbau für Aufgabe 3 mit keilförmigem Interferenzfilter und 2 Polarisationsfiltern

Da uns jedoch der Zusammenhang zwischen Ort und Wellenlänge nicht bekannt war, mussten wir erst eine Eichmessung durchführen. Dazu brachten wir hinter dem Keil nacheinander drei verschiedene bekannte Interferenzfilter in den Strahl ein und maßen bei welcher Orts-Einstellung des Keils die Intensität des durchgelassenen Lichts ein Maximum erreichte. Diese drei Wertepaare von Wellenlänge und Ortseinstellung gaben wir in den PC ein, welcher uns daraufhin den linearen Zusammenhang berechnete und sogar alle für den Versuch einzustellenden Werte in einer Tabelle auflistete.

Ein weiteres Problem lag darin, dass die Halogenlampe eine wellenlängenabhängige Intensität aufweist. Die langwelligen Komponenten ihres weißen Lichts wurden mit höherer Intensität abgestrahlt, als die kurzwelligen. Um aber für den Versuch die Intensität konstant zu halten mussten wir die Intensität abhängig von der aktuellen Wellenlänge nachregulieren. Dies geschah wieder mit Hilfe der beiden Polarisationsfilter. Allerdings musste dabei beachtet werden, dass die Polarisationsfilter selbst eine wellenlängenabhängige Transmission aufweisen. Insgesamt ergab sich also eine Situation, die sich durch die in der Vorbereitung diskutierte Gleichung beschreiben lässt. Alle relevanten Kurven und Daten waren jedoch in dem PC-Programm hinterlegt, welches uns dann automatisch zu den Wellenlängen die richtigen Korrekturwinkel der Polarisationsfilter berechnete und auflistete.

Mit den Angaben des PC-Programms (siehe Anhang) konnten wir dann die Wellenlänge korrekt auswählen, den dazu gehörenden Winkel zur Intensitätsanpassung einstellen und schließlich bei konstanter Spannung von $6V$ am Photowiderstand den fließenden Strom messen. Dies geschah wieder mit Hilfe des Referenzwiderstandes.

3.4 Aufgabe 4 - Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit

Im letzten Versuch sollte die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Modulationsfrequenz des einfallenden Lichtes untersucht werden. Dazu war eine Lichtquelle notwendig, deren Intensität sich leicht modulieren lässt. Wir verwendeten daher in diesem Versuch eine blaue LED, deren

Intensität sich dann einfach über die angelegte Spannung regulieren lies. Diese gaben wir über einen Sinusgenerator vor und stellten verschiedene Frequenzwerte zwischen 5Hz und 10kHz ein. Für den späteren doppelt-logarithmischen Auftrag wählten wir unsere Frequenzwerte so, dass sich die Schrittweite stets verdoppelte. Zusätzlich haben wir im Bereich einer Phasenverschiebung von 45° mehr Werte aufgenommen, da dort das Messgerät am genauesten arbeitete.

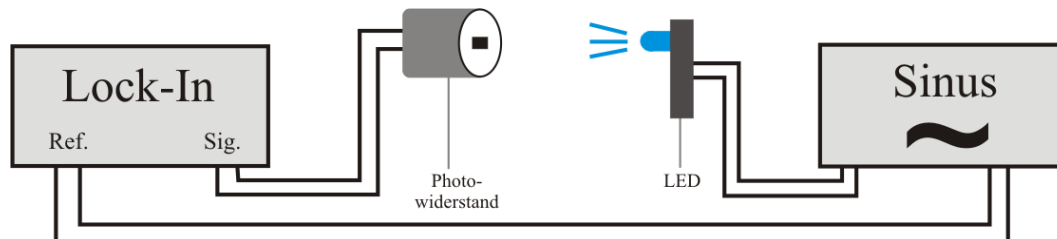


Abbildung 5: Versuchsaufbau für Aufgabe 4 mit LED und Lock-In Verstärker

Zur Messung des Photostroms am Photowiderstand verwendeten wir einen Lock-In Verstärker. Mit diesem Messgerät ist es möglich sehr kleine Amplituden und Phasenverschiebungen zu messen. Das Prinzip beruht auf einer äußerst geschickten Umsetzung der Fouriertransformation. Denn betrachtet man sich die Fouriertransformation eines modulierten Signals, wie es in unserem Fall vorliegt:

$$\tilde{f}(\omega) \propto \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$

so erkennt man dass sich Realteil und Imaginärteil des Signals darstellen lassen als:

$$\tilde{f}(\omega)_R \propto \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t) dt$$

$$\tilde{f}(\omega)_I \propto \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(\omega t) dt$$

Damit lassen sich Phasenverschiebung und Amplitude dann leicht errechnen:

$$\tan(\varphi) = \frac{\tilde{f}_I}{\tilde{f}_R}$$

$$|\tilde{f}| = \sqrt{\tilde{f}_R^2 + \tilde{f}_I^2}$$

Technisch wird dies nun umgesetzt, indem sich der Lock-In Verstärker intern ein sehr präzises periodisches Signal erzeugt. Dieses generiert er mit der Frequenz eines Referenzsignals, welches in unserem Falle synchron zum Modulationssignal der LED war. Ein weiterer Ausgang des Sinusgenerators wurde daher mit dem Referenzeingang des Lock-In Verstärkers verbunden. Als Messsignal erhielt dieser dann das über dem Referenzwiderstand gemessene Spannungssignal, welches proportional zum Photostrom ist..

Intern multipliziert der Lock-In Verstärker dann das Messsignal mit den Sinus- und Cosinussignalen aus seiner präzisen Referenz und erhält so die Real- und Imaginärteile des eigentlichen Signals. Die Integration von $-\infty$ bis ∞ kann er natürlich nicht ausführen. Stattdessen führt er jedoch eine Mittlung über eine einstellbare Zeit T_M durch, was dann einer Integration von 0 bis

T_M entspricht. Die Mittlungsdauer ist natürlich so zu wählen, dass sie genügend groß ist um eine gute Genauigkeit zu erreichen, aber auch genügend klein um eine schnelle Messung durchführen zu können. Wir wählten einen Wert von $T_M = 1s$.

Für verschiedene Modulationsfrequenzen nahmen wir Messwerte von Phasenverschiebung und Amplitude auf, um daraus später die Lebensdauer der Elektronen zu errechnen.

4 Versuchsauswertung

Im Rahmen der Versuchsauswertung wurden, soweit nichts anderes erwähnt, ROOT¹ und MATHEMATICA² zur Fehlerrechnung und grafischen Darstellung der Messergebnisse verwendet. Darüber hinaus wurden die gängigen Formeln für Stichprobenmittelwert, Stichprobenvarianz und Gauß'scher Fehlerfortpflanzung verwendet. Bei korrelierten Fehlern wird ggf. die Größtfehlerabschätzung anstelle der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung verwendet, sofern nicht alle Elemente der Kovarianzmatrix bekannt sind. Darauf wird jedoch im Text explizit hingewiesen.

Von einer Wiedergabe der Messwerte im Protokoll sehen wir aus Gründen der Übersichtlichkeit ab. Sie finden sich im Messprotokoll und auf dem Praktikumsrechner.

4.1 Aufgabe 1 - Strom-Spannungs-Kennlinie des Photowiderstands

Unsere Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien ergaben das in Abbildung 6 dargestellte Ergebnis. Aus den Geradensteigungen konnten wir die Widerstandswerte des Photowiderstands unter den entsprechenden Bedingungen berechnen. Die Steigung m einer Spannungs-Strom-Kennlinie entspricht der Leitfähigkeit. Damit ergibt sich für den Widerstand:

$$m = \sigma = \frac{I}{U} \Rightarrow R = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{m}$$

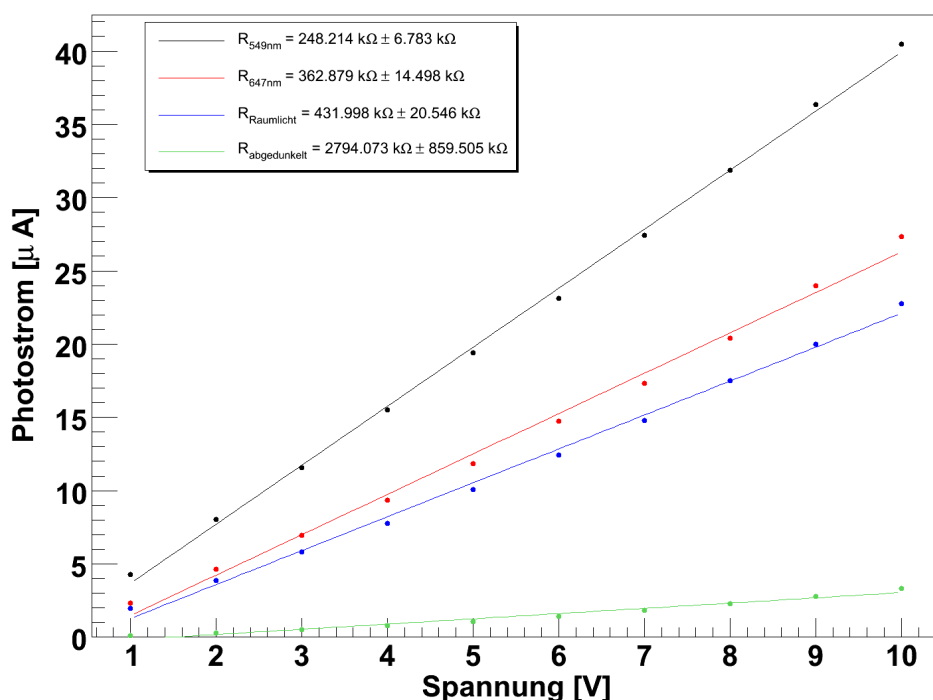


Abbildung 6: Strom-Spannungskennlinie bei verschiedenen Beleuchtungen

¹<http://root.cern.ch>

²<http://www.wolfram.com>

Wir fanden folgende Widerstände für die entsprechende Beleuchtung:

Abgedunkelter Widerstand	$R = 2794,073k\Omega \pm 859,505k\Omega$
Raumlicht	$R = 431,998k\Omega \pm 20,546k\Omega$
Licht mit $549nm$	$R = 248,214k\Omega \pm 6,783k\Omega$
Licht mit $647nm$	$R = 362,879k\Omega \pm 14,498k\Omega$

Wie man sieht, haben wir auch bei komplett abgedunkeltem Photowiderstand noch einen Strom gemessen. Dieser Effekt wird durch thermisch angeregte Elektronen verursacht. Ein abgedunkelter lichtempfindlicher Halbleiter besitzt bei Raumtemperatur somit eine endliche Leitfähigkeit. Da wir nur die durch Licht verursachten Effekten untersuchen wollen, betrachten wir diese Werte als Offset und ziehen sie bei folgenden Messungen gegebenenfalls ab, um genauere Werte zu erhalten.

4.2 Aufgabe 2 - Intensitätsabhängigkeit der Leitfähigkeit

Die Intensitätsabhängigkeit der Leitfähigkeit zeigte das in Abbildung 7 dargestellte Verhalten. Wir haben dabei den Photostrom quadratisch gegen die Intensität aufgetragen. Wie sich erkennen lässt folgt der Photostrom dann einem linearen Zusammenhang. Er hängt also von der Wurzel aus der Intensität ab. Daran sieht man, dass in unserem Fall quadratische Rekombination vorliegt. Um möglichst genaue Messwerte zu erhalten haben wir von der Messung die zu dem jeweiligen Spannungswert gehörenden Werte aus Aufgabe 1 bei komplett abgedunkeltem Photowiderstand abgezogen.

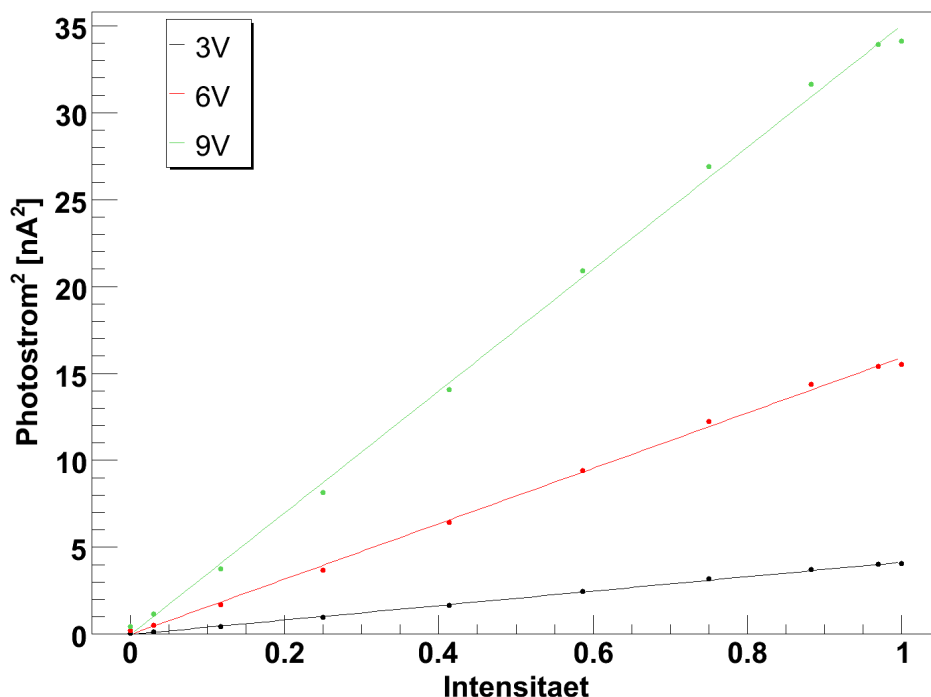


Abbildung 7: Abhängigkeit des Photostromes im Quadrat von der Intensität

4.3 Aufgabe 3 - Wellenlängenabhängigkeit der Leitfähigkeit

Wir korrigierten die eigentlichen Messwerte wieder um den in Aufgabe 1 ermittelten Offset und erhielten für die Wellenlängenabhängigkeit das in Abbildung 8 gezeigte Verhalten. Der Photostrom nimmt dabei sowohl zu großen wie auch zu kleinen Wellenlängen hin ab. Dies erklärt sich dadurch, dass bei großen Wellenlängen, also kleinen Energien der Photonen, die Anregung einfach nicht stark genug ist, um Elektronen über die Bandlücke zu heben. Bei kleinen Wellenlängen, also großen Energien der Photonen, können die Photonen nicht mehr weit genug in den Kristall eindringen. Sie werden fast vollständig an der Oberfläche absorbiert, wo die angeregten Elektronen aufgrund von Unreinheiten im Kristallgitter jedoch schneller rekombinieren und so den Photostrom nicht effektiv erhöhen können. Zwischen den Bereichen großer und kleiner Wellenlängen bildet sich also ein Maximum des Photostromes aus.

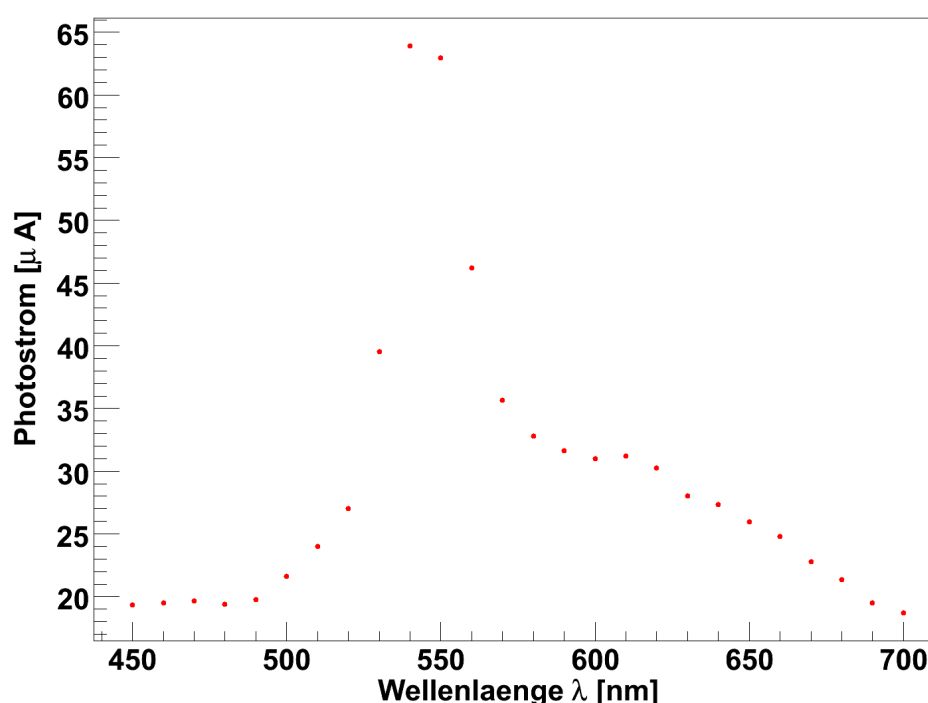


Abbildung 8: Abhängigkeit des Photostromes von der Wellenlänge

Anhand des Maximums läßt sich jedoch die Bandlücke nur bedingt bestimmen. Verschiedene Effekte führen zu einer Verschiebung, wobei deren Einzelanteile im Rahmen dieses Versuches nicht bestimmbar sind. Durch sogenannte Excitonen-Zustände, welche sich in der Bandlücke unterhalb des Leitungsbandes befinden, können bereits durch geringere Anregungsenergien Elektronen ins Leitungsband angeregt werden. Dies führt zu einer Verschiebung des Maximums hin zu niedrigeren Energien. Außerdem nimmt die Zustandsdichte zum Bandinneren hin zu, womit die Zahl der möglichen Zustände in welches ein Elektron angeregt werden kann ebenfalls zunimmt. Die Anregungswahrscheinlichkeit ist in diesem Energiebereich somit höher, was wiederum zu einer Verschiebung des Maximums hin zu höheren Energien führt.

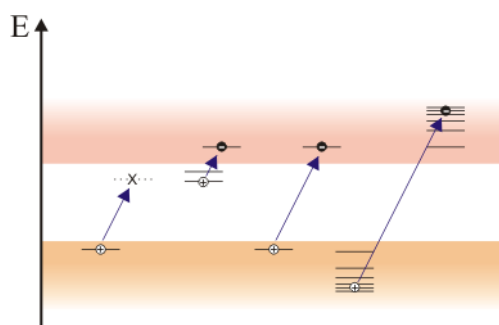


Abbildung 9: Schematische Darstellung für zu wenig Anregungsenergie, Excitonenniveaus, die normale Bandlücke, Bereiche hoher Zustandsdichten

Wo also der Wert abzulesen ist, der genau der Bandlücke entspricht, ist schwer zu sagen. Wir wählten eine Wellenlänge von 540nm und erhalten damit eine Bandlückenenergie von $2,298\text{eV}$. Verglichen mit dem Literaturwert von $2,420\text{eV}$ zeigt sich eine gute Übereinstimmung.

4.4 Aufgabe 4 - Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit

Mit Hilfe des Lock-In Verstärkers haben wir die Amplitude und Phasenverschiebung des Photostromes bei modulierter Beleuchtung in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz gemessen. Tragen wir nun Photostrom logarithmisch gegen den Logarithmus der Erregerfrequenz auf, so erhalten wir die in Abbildung 10 dargestellte Kurve. Aus dieser lässt sich, wie in der Vorbereitungshilfe gezeigt, die Lebensdauer der Elektronen bestimmen. Sie ergibt sich aus dem Knick der Kurve, der genau bei der Frequenz $\omega_k = \frac{1}{\tau_e}$ liegt. Mit Hilfe der linearen Regressionen konnten wir den gesuchten Knickpunkt x bestimmen. Für die Lebensdauer gilt dann wegen der logarithmischen Auftragung:

$$\tau_e = \frac{1}{\omega_k} = \frac{1}{e^x}$$

Mit unserem Wert $x = 6,426 \pm 23,519$ ergibt sich eine Lebensdauer von $\tau_e = 1,619\text{ms} \pm 0,0381\text{ms}$. Dieser Wert hängt jedoch stark davon ab, wie viele Punkte man für die linearen Regressionen heranzieht. Auffällig ist ebenfalls der durch Größtfehlerabschätzung, aufgrund der Korrelation zwischen Steigung und Achsenabschnitt, ermittelte Fehler von x . Legt man die Geraden nur ein klein wenig anders, nimmt einen Punkt mehr oder weniger, so ergibt sich eine deutlich abweichende Lebensdauer.

Alternativ lässt sich die Lebensdauer der Elektronen auch aus der Phasenverschiebung von Erregersignal und Messsignal berechnen. Wie in der Vorbereitung gezeigt wurde gilt:

$$\tan \varphi = -\omega \tau_e$$

Mit unseren Messwerten erhalten wir den in Abbildung 11 gezeigten Verlauf, wenn wir den Tangens der Phasenverschiebung gegen die Frequenz auftragen. Aus der linearen Regression können wir die Lebensdauer errechnen. Wir schränkten die Ausgleichsgerade jedoch auf den Bereich, in dem wir besonders viele Messpunkte aufgenommen haben, ein. Dort war die Kurve auch am linearsten. Aus der Regression erhalten wir dann eine Lebensdauer von $\tau_e = 0,705\text{ms} \pm 0,659\text{ms}$.

Es fällt nun auf, dass die beiden von uns gefundenen Werte für die Lebensdauer recht weit auseinander liegen. Die Diskrepanz unserer Werte rührt sicher daher, dass die Ergebnisse stark von der Wahl der für die Fits mit einbezogenen Messpunkte abhängen.

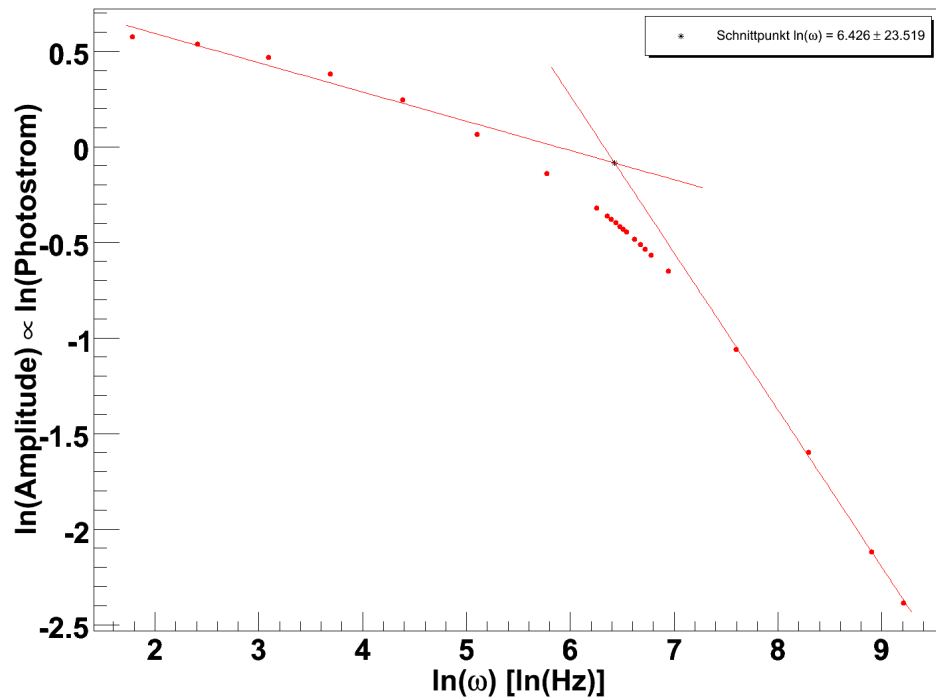


Abbildung 10: Doppelt-logarithmische Abhängigkeit der Amplitude von der Frequenz

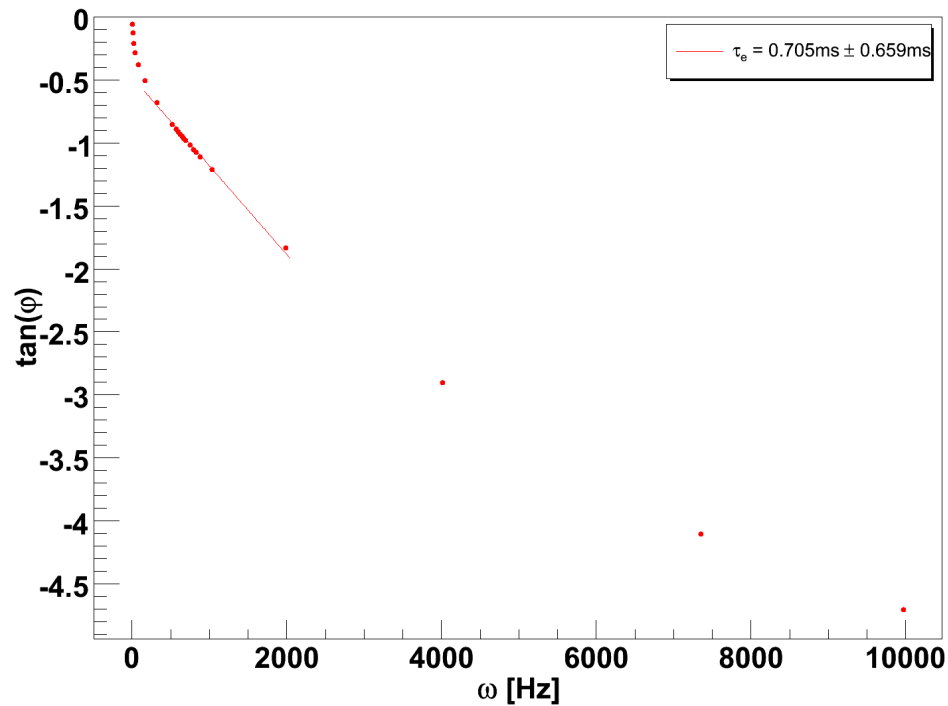


Abbildung 11: Abhängigkeit des Tangens der Phasenverschiebung von der Frequenz